Según sabemos, partiendo de que la firma bajo a estandares va a emitir hasta que

$$-c'(e) = \pi \times f'(e-s)$$

si viola, calculamos

$$-c''(e) \times de = \pi \times f''(e-s) \times de - \pi \times f''(e-s) \times ds$$

de donde sale

$$\frac{de}{ds} = \frac{\pi \times f''(e-s)}{c''(e) + \pi \times f''(e-s)}$$

Suponiendo información perfecta, si el regulador fija π tal que $-c'(s) = \pi \times f'(0)$, entonces $e = s$ y

$$\frac{de}{ds} = \frac{\pi \times f''(0)}{c''(s) + \pi \times f''(0)}$$

Ahora bien, supongamos que tenemos información imperfecta y el regulador fija s de acuerdo a una regla que no sabemos, pero luego que fija s fija π tal que

$$-E\left(c_i'(s_i)\right) = \pi_i \times f'(0)$$

Si yo hago el diferencial total de esta expresión y despejo de/ds llego a la expresión que y usamos nosotros

$$-E\left(c_i''(s_i)\right) \times de_i\left(\bar{\theta}\right) = \pi_i \times f''(0) \times (de_i - ds_i)$$

$$\left(E\left(c_i''(s_i)\right) + \pi_i \times f''(0)\right) \times de_i\left(\bar{\theta}\right) = \pi_i \times f''(0) \times ds_i$$

$$\frac{de_i\left(\bar{\theta}\right)}{ds_i} = \frac{\pi_i \times f''(0)}{E\left(c_i''(s_i)\right) + \pi_i \times f''(0)}$$

que es lo que tenemos nosotros. Esto sería como el cambio en el nivel de emisiones esperado, el correspondiente a la curva de costos marginales esperados, cuando cambia s.

Ahora, si retomo el ejemplo de que el regulador no sabe si la firma i es H o L y le apunta al medio (supone que es H con probabilidad 1/2), y calculo $E\left(\frac{de_i}{ds_i}\right)$ no me da lo mismo.

$$E\left(\frac{de_i}{ds_i}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{de_L}{ds_i} + \frac{1}{2} \times \frac{de_H}{ds_i}$$

Si el regulador fija π_i tal que $-E\left(c_i'(s_i)\right) = \pi_i \times f'(0)$, entonces $-c_L'(s_i) < \pi_i \times f'(0)$, por lo que $e_L = s_i$ y $\frac{de_L}{ds_i} = 1$. Por otro lado, $-c_H'(s_i) = \pi_i \times f'(e_H - s_i)$, por lo que $\frac{de_H}{ds_i} = \frac{\pi_i \times f''(e_H - s_i)}{c''(e_H) + \pi_i \times f''(e_H - s_i)}$. Por lo que

$$E\left(\frac{de_i}{ds_i}\right) = 1 + \frac{1}{2} \times \frac{\pi_i \times f''(e_H - s_i)}{c''(e_H) + \pi_i \times f''(e_H - s_i)}$$

Es claro que

$$\frac{de_i\left(\bar{\theta}\right)}{ds_i} = \frac{\pi_i \times f''(0)}{E\left(c_i''(s_i)\right) + \pi_i \times f''(0)}$$

no es lo mismo que

$$E\left(\frac{de_i}{ds_i}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\pi_i \times f''(e_H - s_i)}{c''(e_H) + \pi_i \times f''(e_H - s_i)}$$

Por ejemplo, si como suponemos nosotros $f'' = 0$,

$$\frac{de_i\left(\bar{\theta}\right)}{ds_i} = 0$$

mientras que

$$E\left(\frac{de_i}{ds_i}\right) = \frac{1}{2}$$

Y alguna diferencia "similar" debería haber con respecto a $E\left(\frac{de_i}{d\pi_i}\right)$.