# Críticas al análisis de MRW (1992): Las diferencias en la productividad son un factor importante para explicar diferencias en los niveles y tasas de crecimiento del ingreso per capita.

## 1 La contabilidad del crecimiento y la productividad en Hall and Jones (1999)

$$Y_i = K_i^{\alpha} \left(A_i H_i\right)^{1-\alpha} \tag{1}$$

$A_i$ = progreso técnico ahorrador de mano de obra
$H_i$ = mano de obra "aumentada" por el nivel de capital humano

$$H_i = e^{\phi(E_i)} L_i$$

$E_i$ = años de escolaridad, $\phi\left(E_i\right)$ = eficiencia de una de trabajo con $E_i$ años de escolaridad relativo al trabajo sin escolaridad $(E_i = 0).\phi'\left(E_i\right)$ = retorno de un año adicional de escolaridad (estimado a partir de regresiones de salario). Reescribimos la función de producción,

$$\begin{aligned} \frac{Y}{L} &= y = K_i^{\alpha} A_i^{1-\alpha} \frac{H}{L} H^{-\alpha} \\ &= K_i^{\alpha} A_i^{-\alpha} H^{-\alpha} A_i h \end{aligned}$$

multiplicamos y dividimos por $AH$ en el lado derecho de la ecuación y tenemos:

$$y_i = \frac{Y_i}{AH} A_i h \tag{2}$$

dado que $Y_i = K_i^{\alpha} \left(AH\right)^{1-\alpha}$

$$AH = \frac{Y_i^{\frac{1}{1-\alpha}}}{K_i^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}$$

y reemplazando arriba queda:

$$\begin{aligned} y_i &= \frac{Y}{\frac{Y_i^{\frac{1}{1-\alpha}}}{K_i^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}} A_i h_i && (3) \\ y_i &= Y Y^{\frac{1}{\alpha-1}} K^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A_i h_i \\ y_i &= \left(\frac{K}{Y}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A_i h_i && (4) \end{aligned}$$

Con datos sobre capital, años de educación, retornos a la educación (función $\phi\left(E_i\right)$) y estimaciones del parametro $\alpha$ podemos calcular el nivel de productividad $A_i$ como un residual. Esta forma de hacer "growth accounting" es mejor ya que $\frac{K}{Y}$ en el estado estacionario no depende de el nivel (inicial) de $A_i$

Análisis empírico:

- PBI por trabajador

-Resta del PBI el VA en el sector de petróleo, minas y gas (no tenemos recursos naturales como otro factor de producción en el modelo).

-Años de escolaridad es medido para la población mayor de 25 años (Barro y Lee (1993)).

-K se calcula para el año 1988 usando el sistema de inventarios (la tasa de depreciación es 0.06)

-127 países

-$\alpha = 0.33$

-$\phi(E_i)$=surge de las regresiones tipo Mincer (salario en función de experiencia y años de escolaridad). Se supone una función lineal de a tramos: 13.4% para los primeros 4 años; 10.1% para los segundos 4 años y 6.8% para más de 8 años de escolaridad.

Ver resultados H&J (1999).

# 2 Klenow y Rodriguez Clare (1997). "The Neoclassical Revival in Growth Economics: Has It Gone Too Far?" Re-Examining MRW (1992)

La tecnología que utilizan MRW es:

$$Y = C + I_K + I_H = K^{\alpha} H^{\beta} (AL)^{1-\alpha-\beta} \tag{5}$$

si despejamos L tenemos:

$$L = \frac{Y^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}}{AK^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} H^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}} \tag{6}$$

Notar que

$$L = L^{1-\alpha-\beta} L^{\alpha} L^{\beta}$$

con lo cual, si dividimos a ambos lados de (5) por L obtenemos:

$$\frac{Y}{L} = \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} \left(\frac{H}{L}\right)^{\beta} A^{1-\alpha-\beta} \tag{7}$$

reemplazando (6) en (7) queda:

$$\begin{aligned}\frac{Y}{L} &= \left(\frac{AK\left(K^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} H^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}\right)}{Y^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}}\right)^{\alpha} \\ &\quad \left(\frac{AH\left(K^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} H^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}\right)}{Y^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}}\right)^{\beta} A^{1-\alpha-\beta}\end{aligned}$$

$$\frac{Y}{L} = \left(\frac{K^{\frac{1-\beta}{1-\alpha-\beta}} H^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}}{Y^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}}\right)^{\alpha} \left(\frac{K^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} H^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\beta}}}{Y^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}}\right)^{\beta} A$$

$$\frac{Y}{L} = A\left(\frac{K^{\alpha-\alpha\beta} K^{\alpha\beta} H^{\alpha\beta} H^{\beta-\beta\alpha}}{Y^{\alpha+\beta}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

$$\frac{Y}{L} = A\left(\frac{K^{\alpha} H^{\beta}}{Y^{\alpha+\beta}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

que podemos escribir como:

$$\frac{Y}{L} = A\left(\frac{K}{Y}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}}\left(\frac{H}{Y}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}$$

Klenow define $X = \left(\frac{K}{Y}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}}\left(\frac{H}{Y}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}$
Por lo que escribimos:

$$\frac{Y}{L} = AX \tag{8}$$

donde $X$ es una medida compuesta del nivel de intensidad de capital físico y humano. Vemos cómo la ecuación de arriba permite separar los efectos productividad en el ingreso per capita de aquellos otros factores asociados con la acumulación de factores (ej. $s_k, s_H, n, \delta, g$)

El objetivo del trabajo es ver cuánto influyen A y X en las diferencias en los niveles o tasas de crecimiento del ingreso per capita entre países. Los autores rehacen el análisis de MRW(1992) y muestran que las conclusiones de ese trabajo son muy sensibles respecto de cómo se mide el stock de capital humano.

Para reproducir los resultados de MRW(1992) definimos,

$$\frac{K}{Y} = \frac{I_K/Y}{g+\delta+n}$$

$$\frac{H}{Y} = \frac{I_H/Y}{g+\delta+n}$$

Implícito en las expresiones previas esta el supuesto que el capital físico y humano se acumulan (producen) usando la misma tecnología. Resultado del ejercicio suponiendo:

$I_K/Y=$ tasa de inversion promedio 1960-85, $g = 0.02, \delta = 0.03, \alpha = 0.30, \beta = .28$
$I_H/Y =$tasa de enrolamiento secundario * $\frac{\textit{población } 12-17}{\textit{población } 15\text{-}64}$

Ver estimaciones de la Tabla 1. (Primera fila reproduce los resultados originales de MRW (1992)).

Las estimaciones de la segunda fila suponen que en el valor del ingreso per capita no está contabilizado el valor del output destinado a acumular capital humano (el valor del tiempo del estudiante seguramente no se incluye). Luego se corrige el valor de K/Y y H/Y incluyendo sólo lo que se utiliza para producir bienes y capital físico.(corrección $\frac{K_Y}{Y} = \frac{K}{Y}\frac{L_Y}{L}$)

MRW2= es igual que MRW1 pero con una base más actualizada (98 países).

MRW3= utiliza tasas de enrolamiento para los tres niveles de educación (primaria, secundaria y terciaria).

MRW4= cambiando la itensidad de uso de factores en la producción de capital humano (.1,.4 y.5).

Estimaciones de la Tabla 2 incorporan estimaciones de regresiones de salario (Mincer) para evaluar el stock de capital humano:

$$h_s = (\frac{K_H}{L_H})^{(1-\phi-\lambda)}(h_T)^{\phi}(Ae^{\frac{\gamma}{\lambda}s})^{\lambda}$$

$$\frac{H_Y}{Y} = (e^{\gamma s})^{\frac{1}{par}}\frac{K_Y}{Y}^{par}$$

Utilizando estimaciones de retorno a la educación donde la elasticidad salario es aprox 9.5% se calibra el parámetro $\gamma$.Ver estimaciones de la Tabla 2.

# 3 Aplicaciones para America Latina: Hopenhayn and Neumayer (2004)

Data:

Y/L: RGDPW en 1985 Summer Heston 5.6

K/Y: razón Capital producto BK2-BK4 de Klenow y Rodriguez Clare (1997)

H/Y: razón capital humano a producto: Hy/Y BK4 de Klenow y Rodriguez Clare (1997).