

# Examen Práctico

EJERCICIO 1 Sean  $(M, d_M)$  y  $(N, d_N)$  dos espacios métricos. Sea  $T : M \rightarrow N$  una función lipschitziana de  $M$  a  $N$ .

- 1) Demostrar para toda sucesión de Cauchy  $a_n$ , la sucesión  $b_n = f(a_n)$  también es de Cauchy.
- 2) Encontrar un ejemplo en el cual  $b_n$  sea de Cauchy pero no lo sea  $a_n$ .
- 3) Demostrar (con un ejemplo) que si  $f$  no es lipschitziana entonces el resultado no siempre se cumple.

EJERCICIO 2 Considere el problema de programación dinámica

$$\sup \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n \sqrt{c_n}$$

donde el capital  $k_n$  verifica  $k_{n+1} = k_n/2 - c_n$  para  $n \geq 0$  siendo  $c_n$  el consumo y  $k_0$  dado.

- 1) Plantear la ecuación de Bellman.
- 2) Hallar una constante  $A$  para que la función  $v(k) = A\sqrt{k}$  verifique la ecuación de Bellman.

EJERCICIO 3 Hallar  $u(t)$  usando el método del Hamiltoniano, para el siguiente problema:

$$\text{máx} \int_0^{+\infty} \frac{u(t)}{t+1} dt$$

sujeto a:

1.  $x(0) = 12$ .
2.  $\dot{x} = -u^2$  con  $0 \leq u \leq 3$ .

EJERCICIO 4 Se tira un dado equilibrado. Si sale 4 o 6 se vuelve a tirar una vez más. Sea  $\xi$  la variable aleatoria que indica el valor de la última tirada.

- 1) Hallar cuantos elementos tiene el espacio muestral.
- 2) Hallar la distribución de probabilidades de  $\xi$ .
- 3) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya tirado dos veces el dado si se sabe que  $\xi$  es par?