Control de Emisiones Minimizando los Costos de Abatimiento

Marcelo Caffera[1]

1 La Función de Costos de Abatimiento de Empresas en Mercados Competitivos

El costo total de alcanzar $e < e^u$ para una firma competitiva está dado por la disminución en los beneficios que la firma sufre para alcanzar e con respecto a la situación sin regulación. Esto es,

$$c(\mathbf{w}, p, e) = \pi(\mathbf{w}, p, e^u) - \pi(\mathbf{w}, p, e)$$

Esta es la función de costos de abatimiento de una firma perfectamente competitiva. Basándonos en las propiedades de la función de beneficios de

la firma competitva, que ya conocemos, podemos establecer que $c_e(\mathbf{w}, p, e) = -\pi_e(\mathbf{w}, p, e) < 0$ y $c_{ee}(\mathbf{w}, p, e) = -\pi_{ee}(\mathbf{w}, p, e) > 0$. La función de costos de abatimiento de una firma competitiva $c(\mathbf{w}, p, e)$ es estrictamente decreciente y estrictamente convexa en el nivel de emisiones e.

Notar que la función de costos de abatimiento arriba definida no es la función de costos de la empresa $c(\mathbf{w}, q, e)$.Para distintos niveles de e, esta última nos dará los costos de abatimiento *condicional a* q $(q = \overline{q})$, únicamente.

Por último, hemos estado hablando de abatimiento sin definir explícitamente este concepto. Definimos abatimiento como $a = e^u - e$. La función de costos de abatimiento en terminos de abatimiento es $c(\mathbf{w}{,}p, a) = \pi(\mathbf{w}{,}p, e^u) - \pi(\mathbf{w}{,}p, e^u - a)$, con $c_a(\mathbf{w}{,}p, a) = \pi_e(\mathbf{w}{,}p, e^\pi - a) > 0$ y $c_{aa}(\mathbf{w}{,}p, a) = -\pi_{ee}(p, e^\pi - a) > 0$. ($c(p, a)$ es estrictamente creciente y estrictamente convexa en el abatimiento).

2 La Función de Costos de Abatimiento de Empresas en Mercados no Competitivos

Suponga que n firmas idénticas compiten á la Cournot. Sea $p(q_i + q_{-i})$ la función inversa de demanda, con q_i siendo la cantidad producida y vendida por la firma i y $q_{-i} = \sum_{j \neq i} q_j$ la de sus competidores. Suponga que los insumos son comprados en mercados competitivos y que el estándar de emisiones e aplica a todas las firmas. Entonces, la función de costos de la i-ésima firma es $c(\mathbf{w}, q_i, e)$. Asumiendo un comportamiento Nash, i elige su nivel de producción tal que

[1] Por el momento la presente sección es poco más que una traducción de Stranlund (1999)

maximiza los beneficios $p(q_i + q_{-i})q_i - c(\mathbf{w}, q_i, e)$. La condición de primer orden para una solución interior es

$$p'(q_i + q_{-i})q_i + p(q_i + q_{-i}) - c_q(\mathbf{w}, q_i, e) = 0$$

En un equilibrio simétrico tenemos que

$$p'(nq)q + p(nq) - c_q(\mathbf{w}, q, e) = 0$$

donde q es el nivel de producción de cada una de las firmas.

La ecuación anterior define implícitamente el nivel de producción para cada firma en el equilibrio de Cournot, $q(\mathbf{w}, n, e)$, si se cumple la siguiente condición de segundo orden

$$S = 2p'(nq) + p''(nq)q - c_{qq}(\mathbf{w}, q, e) < 0$$

[2]

De las dos ecuaciones anteriores sale que

$$q_e(\mathbf{w}, n, e) = c_{qe}/S$$

que indica que el $signo\,[q_e(\mathbf{w}, n, e)] = signo\,[-c_{qe}]$. Por consiguiente, si existe complementariedad en los costos entre las emisiones y la producción ($c_{qe} < 0$), entonces un incremento en el nivel de emisiones e (un estándar más laxo) provocará un incremento en la producción de equilibrio de las firmas en un equilibrio simétrico de Cournot. Y viceversa. Lo contrario sucederá si existe sustituibilidad en los costos entre q y e ($c_{qe} > 0$).[3] Este es el mismo resultado que obtuvimos para el caso de las firmas que actuaban en mercados perfectamente competitivos.

La función de beneficios de cada una de las firmas es

$$\pi(\mathbf{w}, n, e) = p(nq(\mathbf{w}, n, e))q(\mathbf{w}, n, e) - c(\mathbf{w}, q(\mathbf{w}, n, e), e)$$

y su función de costos de abatimiento es

$$c(\mathbf{w}, n, e) = \pi(\mathbf{w}, n, e^u) - \pi(\mathbf{w}, n, e)$$

Diferenciando con respecto a e

$$\begin{aligned} c_e(\mathbf{w}, n, e) &= -\pi_e(\mathbf{w}, n, e) \\ &= -\frac{\delta}{\delta e}\left[p(nq(\mathbf{w}, n, e))q(\mathbf{w}, n, e) - c(\mathbf{w}, q(\mathbf{w}, n, e), e)\right] \\ &= -\left[p' n q_e q + p q_e - c_q q_e - c_e\right] \\ &= -\left[p' n q_e q + q_e(p - c_q) - c_e\right] \end{aligned}$$

[2] Notar que por más que derivamos con respecto a q estamos calculando la variación en el nivel de producción de una sola firma, $q_i.$, Es por ello que no se multiplica por n.

[3] Además, $q_n(n, e) = -(\acute{p}q^2 + \acute{p}q)/S$.Si podemos hacer el supuesto que el inverso de la funcion de demanda es lineal, podemos concluir que el output por firma en un equilibrio simétrico de Nash es decreciente respecto al número de firmas.

y usando la condición de primer orden obtenemos

$$= -\left[p' n q_e q + q_e p' q - c_e\right] = -p' q_e q(n-1) + c_e$$

Diferenciando (5) con respecto a e

$$c_{ee}(\mathbf{w}, n, e) = -\pi_{ee}(\mathbf{w}, n, e) = -\left[(p'' n q_e q + p' q_e) q_e + q_{ee} p' q\right](n-1) + c_{ee}$$

Ahora estamos en condiciones de establecer un par de resultados. Es facil ver que para $n = 1$ (el caso de un monopolista), (5) y (6) implican que la función de costos de abatimiento es estrictamente decreciente y estrictamente convexa en el estándar de emisión e. (**Demostración:** $c_e(\mathbf{w}, n, e) = c_e(\mathbf{w}, q, e) < 0$, y $c_{ee}(\mathbf{w}, n, e) = c_{ee}(\mathbf{w}, q, e) > 0$. Q.E.D.). La función de costos de abatimiento de un monopolista tiene las mismas propiedades básicas que una función de costos de abatimiento de una firma competitiva.

Sin embargo, para firmas idénticas de Cournot ($n > 1$) no podemos decir mucho acerca de la estructura de sus funciones de costos de abatimiento $c(n, e)$. Como $p' < 0$, el signo del primer término de (5) depende del sigo de q_e y por lo tanto del signo de c_{qe}. Como $c_e(\mathbf{w}, q, e) < 0$, el signo de $c_e(\mathbf{w}, n, e)$ es negativo con $c_{qe} > 0$ (sustituibilidad en los costos) e indefinido con $c_{qe} < 0$ (complementariedad en los costos). Que el signo de $c_e(\mathbf{w}, n, e)$ sea positivo es medio problemático o poco intuitivo ya que $c_e(\mathbf{w}, n, e) > 0$ implica que , para un número de firmas n fijo, los beneficios de las empresas pueden ser mayores cuando las emisiones se regulan que cuando no se regulan.

A su vez, más allá de lo que asumamos con respecto a c_{qe}, no podemos ponerle un signo a $c_{ee}(\mathbf{w}, q, e)$. Parte del problema es que no hemos supuesto nada acerca de la curvatura de la inversa de la curva de demanda (p''). La otra parte del problema es que para ponerle un signo a q_{ee} necesitaremos asumir signos para las derivadas terceras de $c(\mathbf{w}, q, e)$ y la inversa de la función de demanda.

En conclusión, sin hacer fuertes supuestos sobre la estructura de la función de demanda y de costos no podemos decir mucho acerca de la estructura de la función de costos de abatimiento de firmas competidoras de Cournot.

3 Estándares de Emisión Minimizadores de los Costos de Abatimiento

Suponga que el regulador quiere alcanzar un nivel total de emisiones E de la forma menos costosa posible. Supongamos que el contaminante cuyas emisiones se quieren regular se mezcla uniformemente en el ambiente; i.e.: no importa dónde esté localizada la fuente de emisión, el impacto sobre la calidad ambiental objeto de regulación es el mismo. La cantidad de firmas a regular es n y las emisiones de la firma i se denotan como e_i. Los costos de abatimiento de las firmas pueden ser diferentes. La función de costos de abatimiento para la i-ésima firma será $c_i(e_i)$. Asumiremos que $c_i'(e_i) < 0$ y $c_i''(e_i) > 0$ para cada una de las n firmas. El problema para el regulador es encontrar una asignación de emisiones entre las firmas reguladas que minimice los costos agregados de abatimiento sujeto a que el nivel total de emisiones no supere E. Esto es,

$$\begin{aligned} &\min_{(e_1,e_2,...,e_n)} \sum_i c_i(e_i) \\ &\text{sujeto a } \sum_i e_i = E \end{aligned} \tag{1}$$

Notar que no incluímos (por el momento) los costos administrativos y de fiscalización del regulador.El Lagrangeano de este problema es

$$L = \sum_i c_i(e_i) + \lambda \left(E - \sum_i e_i \right)$$

Restringiendonos a soluciones interiores, y dado los supuestos sobre $c_i(e_i)$, las siguiente condiciones de primer orden son necesarias y suficientes para identificar a una asignación de emisiones que minimice los costos:

$$\begin{aligned} (1)\frac{\partial L}{\partial e_i} &= c_i'(e_i) - \lambda = 0, \text{ para todo } i = 1, ...n. \\ (2)\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= E - \sum_i e_i = 0 \end{aligned}$$

De estas condiciones de primer orden se desprenden un par de resultados. Primero**:** para alcanzar un determinado nivel total de emisiones objetivo minimizando los costos agregados de abatimiento las emisiones deben asignarse tal que se igualen los costos marginales de abatimiento de todas las firmas reguladas. (**Demostración:** $c_i'(e_i) = -\lambda$, para todo $i = 1, ...n$, implica que $c_i'(e_i) = c_j'(e_j)$ para todo $i \neq j$. Q.E.D.) Segundo: Los costos agregados de abatimiento mínimos son decrecientes en el nivel de emisiones agregado objetivo E. **Demostración:** la función de costos de abatimiento agregado es $\sum_n c_i(e_i(E))$. Aplicando el teorema del envolvente, el costo marginal agregado de abatimiento será $\frac{\partial\left[\sum_n c_i(e_i(E))\right]}{\partial E} = \frac{\partial L}{\partial E} = \lambda$. Y la función de costos agregados marginales será $\lambda(E)$. Como $\lambda(E) = c_i'(e_i(E))$ y $c_i'(e_i) < 0$ para todo $i = 1, ..., n$, $\lambda(E) < 0$. Por lo tanto, $\sum_n c_i(e_i(E))$ es una función estrictamente decreciente en E. Q.E.D.

Antes de seguir, derivaremos una relación que será útil en lo que sigue. Para una asignación óptima de emisiones tenemos que $c_i'(e_i(E)) = \lambda(E)$ para todo $i = 1, ...n$, y $E = \sum_i e_i$. Como $c_i(e_i)$ es estrictamente convexa, $c_i'(e_i)$ es monotónicamente creciente, y por lo tanto tiene una función inversa a la que llamaremos f_i que es también monotónicamente creciente. Aplicando f_i a ambos lados de $c_i'(e_i(E)) = \lambda(E)$ obtenemos

$$f_i\left[c_i'(e_i(E))\right] = e_i(E) = f_i\left[\lambda(E)\right]$$

Sumando en n obtenemos $\sum_i e_i(E) = \sum_i f_i\left[\lambda(E)\right]$. Aplicando la restricción $E = \sum_i e_i$ obtenemos

$$\sum_i f_i\left[\lambda(E)\right] = E$$

4 Un Impuesto a las Emisiones

Supongamos que el regulador quiere alcanzar el nivel agregado de emisiones E con un impuesto t por unidad de emisiones. El objetivo de una firma cuando se enfrenta a un impuesto unitario a las emisiones es minimizar los costos de abatimiento más los pagos por impuesto: $c_i(e_i) + te_i$.[4] Como esta función objetivo es estrictamente convexa en las emisiones, las condición de primer orden $c_i'(e_i) = -t$ es necesaria y suficiente para identificar un nivel de emisiones que minimiza los costos de las empresa i, $i = 1, ..., n$. Como el impuesto es igual para todas las firmas tendremos que éste logra igualar los costos marginales de todas las firmas. por lo tanto el impuesto minimiza los costos agregados de abatimiento. Resta asegurarnos que la suma total de las emisiones de las n firmas es igual a E. Basándonos en el punto anterior fijamos $t = -\lambda(E)$, con lo que la condión de primer orden de la empresa i se transforma en $c_i'(e_i) = \lambda(E)$. A continuacion aplicamos f_i, la inversa de $c_i'(e_i)$ a ambos lados de la igualdad y obtenemos $f_i\left[c_i'(e_i)\right] = e_i = f_i\left[\lambda(E)\right].$ Por último, sumamos para todas las firmas y obtenemos $\sum_i e_i = \sum_i f_i\left[\lambda(E)\right] = E$ por la relación establecida en el apartado anterior. Por lo tanto, *un impuesto por unidad de emisiones $t = -\lambda(E)$ para todas las firmas logrará alcanzar E minimizando los costos agregados de abatimiento.*

5 Permisos de Emisión Comercializables

Supongamos ahora que el regulador implementa un mercado de permisos de emisión comercializables para alcanzar el mismo objetivo E. Sea l_i^0 la asignación inicial de permisos de la empresa i y sea l_i el número de permisos en poder de la misma empresa luego del intercambio. La posesión de un permiso le permite a la empresa a emitir una unidad de contaminación (por ejemplo, una tonelada de SO_2). Por lo que, *asumiendo cumplimiento perfecto* $l_i = e_i$. El regulador emite una cantidad total de permisos igual a E, por lo que asumiendo además que el mercado de permisos llega a un equilibrio

$$\sum_i l_i^0 = \sum_i l_i = \sum_i e_i = E$$

Supongamos que las firmas transan permisos en un mercado competitivo (no hay costos de transacción y ninguna empresa tiene poder de mercado en el mercado de permisos) tal que éste llega a un equilibro a un precio p^l. La función objetivo de una firma i que participa de un mercado de permisos comercializables será minimizar $c_i(e_i) + p^l(l_i - l_i^0)$. Si restringimos nuestra atención a las soluciones interiores ($l_i > 0$), la siguiente condición de primer orden será necesaria y suficiente: $-c_i'(l_i) = p^l$ para hallar el nivel de permisos que demandará una firma minimizadora de costos. Asumiendo que $l_i = e_i$ las firmas deman-

[4] Notar que como $c_i(e) = \pi_i(e^u) - \pi_i(e)$, asumir que la firma quiere minimizar los costos de abatimiento es lo mismo que asumir que la firma quiere maximizar $\pi_i(e)$, los beneficios (cuando está regulada).

darán permisos hasta que se sus costos marginales de abatimiento sean iguales al precio de los permisos. Como supusimos que el mercado es competitivo, cada firma i enfrenta el mismo p^l y por lo tanto los costos marginales de todas las firmas serán iguales entre sí e iguales al precio en equilibrio. La condición de primer orden implícitamente define la función de demanda de permisos de cada firma i, $l_i(p^l)$. Por el supuesto de equilibrio de mercado (ecuación anterior) sabemos que $\sum_i l_i = E$, el objetivo agregado de emisiones es alcanzado. *Para cualquier asignación arbitraria de permisos* $(l_1^0, l_2^0, ..., l_n^0)$ *que satisfaga* $l_i^0 \geq 0$ *y* $\sum_i l_i^0 = E$, *un mercado competitivo de permisos logrará alcanzar* E *a un costo mínimo.*

Aún más, la asignación inicial de permisos no importa en este marco inicial que supusimos. Ésta puede ser usada para otros fines (equidad o viabilidad política, por ejemplo).

¿Cuál será el nivel del precio de los permisos en equilibrio? La condición de primer orden $c_i'(l_i) = -p^l$ define la función de demanda de permisos de la empresa i, $l_i(p^l)$.Por lo tanto $c_i'(l_i(p^l)) \equiv -p^l$. Aplicando f_i, la inversa de $c_i'(e_i)$ a ambos lados de la igualdad: $f_i\left[c_i'(l_i(p^l))\right] = l_i(p^l) = f_i(-p^l)$. Y sumando en i obtenemos $\sum_i l_i(p^l) = \sum_i f_i(-p^l)$. El supuesto de equilibrio de mercado implica $\sum_i f_i(-p^l) = E$ y el resultado antes obtenido implica a su vez que $\sum_i f_i(-p^l) = \sum_i f_i(\lambda(E))$. Como c_i' es monotónica, f_i y $\sum_i f_i$ también lo son. Por lo tanto $\sum_i f_i(-p^l) = \sum_i f_i(\lambda(E))$ requiere $p^l = -\lambda(E)$.*Para cualquier asignación arbitraria de permisos* $(l_1^0, l_2^0, ..., l_n^0)$ *que satisfaga* $l_i^0 \geq 0$ *y* $\sum_i l_i^0 = E$, *un mercado competitivo de permisos establecerá un* $p^l = -\lambda(E)$

El resultado es el mismo que con el impuesto a las emisiones. Pero hay diferencias. Con un impuesto el regulador requerirá información sobre los costos de abatimiento de las firmas para fijar el t correcto. Con los permisos comercializables no. Las firmas también es probable que prefieran los permisos transferibles ya que son activos con valor.

6 Emisiones que no se Mezclan Uniformente

Hasta el momento hemos asumido implicitamente que las emisiones se distribuyen uniformemente en el ambiente. Bajo este supuesto, lo que importa para la politica ambiental es la cantidad agregada de emisiones generadas, *no* donde se originan las mismas. En esta sección, vamos a considerar el caso en que sí es importante la locación de las emisiones para el control ambiental.

6.1 Estándares de Emisión Minimizadores de Costos de Abatimiento

Dos firmas (1 y 2) emiten un contaminante a un río que fluye hacia una ciudad. El regulador no está directamente interesado en las emisiones de las firmas sino en la concentración de este contaminante en el río a la altura de la ciudad. Llamaremos α a esta concentración, tal que

$$\alpha = h_1 e_1 + h_2 e_2$$

Los h_i's se llaman *coeficientes de transferencia (o de impacto).* Inversamente relacionados con la distancia desde el punto de emisión de la firma y la ciudad.

El regulador quiere elegir un par de estándares de emisión (s_1, s_2) tal que

$$\begin{gathered}\min c_1(s_1) + c_2(s_2) \\ s.a.\overline{\alpha} \geq h_1 s_1 + h_2 s_2\end{gathered}$$

siendo $\overline{\alpha}$ la concentración máxima permitida en la ciudad. El lagrangeano de este problema es

$$L = c_1(s_1) + c_2(s_2) + \lambda\left[\overline{\alpha} - h_1 s_1 + h_2 s_2\right]$$

y las condiciones de primer orden

$$\begin{gathered}c_i'(s_i) - \lambda h_i = 0, i = 1, 2 \\ \overline{\alpha} = h_1 s_1 + h_2 s_2\end{gathered}$$

La solución es $s_1^* = s_1(\overline{\alpha}, h_1, h_2)$, $s_2^* = s_2(\overline{\alpha}, h_1, h_2)$, $\lambda^* = \lambda(\overline{\alpha}, h_1, h_2)$

En el caso de los contaminantes que se mezclan uniformente en el ambiente la regla para minimizar costos agregados de abatimiento era que los costos marginales de todas las empresas debían ser iguales. Esto ya no es cierto si el lugar de emisión importa. En este caso la regla es,

$$\frac{c_1'(s_1)}{c_2'(s_2)} = \frac{h_1}{h_2}$$

La asignación de emisiones (o el par de estándares de emisión) que minimiza los costos agregados requiere que el cociente entre los costos marginales sea igual al cociente entre los coeficientes de transferencia.

6.2 Un Impuesto a las Emisiones

De las condiciones de primer orden del problema del regulador planteado más arriba vemos que el impuesto que logre $e_i = s_i(\overline{\alpha}, h_1, h_2)$ para cada i no será único sino que en este caso será un par de impuestos (t_1 y t_2) tal que

$$t_i = -\lambda(\overline{\alpha}, h_1, h_2) * h_i, i = 1, 2$$

Si h_i está inversamente relacionado con la distancia la firma más cerca de la ciudad tiene que enfrentar un impuesto más alto. $\lambda(\overline{\alpha}, h_1, h_2)$ es el costo marginal agregado de abatimiento de incrementar objetivo de calidad ambiental.[5]

[5] Puede resultar ilustrativo encontrar las siguientes estáticas comparativas: $\frac{\partial s_1^*}{\partial h_1}, \frac{\partial s_2^*}{\partial h_1}, \frac{\partial \lambda^*}{\partial h_1}$; e interpretar los resultados en función de la distancia.

6.3 Un Sistema de Compensación de Emisiones

Define los permisos transferibles en función de las emisiones pero éstos no se intercambian 1 a 1.

Para ilustrar podemos escribir:

$$l_1 = (\overline{\alpha}/h_1) - (h_2/h_1)\, l_2$$

la que nos da todas las combinaciones de l_1 y l_2 tal que la calidad ambiental en la localidad es igual a $\overline{\alpha}$.

7 Discusión impuestos vs. permisos

(1) Para fijar el impuesto correcto el regulador tiene que saber los CMA. Para implementar un sistema de permisos no.

(2) Con un impuesto a las emisiones se requiere ajustar el impuesto por cada nueva firma contaminante. Con los permisos no.

(3) Con los permisos hay que ajustar la cantidad de contaminación permitida a medida que avanza el progreso tecnológico y cambian las preferencias. Con un impuesto no, si éste está indexado.

(4) Los permisos son un activo para las empresas. Puede ser políticamente más viable. Sobretodo si se entregan sin costo al principio.

(5) Diferentes impuestos de acuerdo a la localización de las empresas pueden no ser legales.

(6) "Doble dividendo" de los impuestos: al poner impuestos a las emisiones el regulador puede disminuir los impuestos sobre otros bienes, con lo cuál internaliza externalidades y reduce distorsión de otros impuestos.

References

[1] Mas-Colell, A., M.D. Winston y J. R. Green (1995), "Microeconomic Theory", Oxford University Press.

[2] Stranlund, John (1999), Fundamental Economics of Environmental Policy Design, mimeo.

[3] Xepapadeas, A. (1997), "Advanced Principles in Environmental Policy", New Horizons in Environmental Economics, Edward Elgar.