

Práctico N°2

Fallas de Coordinación: Los Derechos de Propiedad y Las Reglas del Juego.

I.- Consumo envidioso

Considere dos personas, identificadas como Mayusculas y Minisculas, quienes son integrantes de la misma sociedad, y cuyos niveles de consumo afectan su propia utilidad y la utilidad del otro, de las siguientes maneras:

- 1.-Cada uno obtiene una utilidad (marginal) positiva de su propio consumo.
- 2.-Cada uno obtiene una utilidad (marginal) negativa del consumo del otro,
- 3.-La utilidad (marginal) negativa es asociada con horas de trabajo,
- 4.-Y cuanto mas uno consume, mayor es la utilidad marginal de su propio consumo para el otro.

Sea c y C son los niveles de consumo, h y H son las horas de trabajo expresadas en fracciones del día, u y U los niveles de utilidad obtenidos por cada uno. Puedes asumir que cada uno puede sobrevivir sin consumo (cero consumo), y con cero utilidad.

Responde todas las preguntas numeradas abajo:

1.- *Restringiendo la función de utilidad.* Suponga que la función de consumo de la primera persona (identificada con letra miniscula) es

$$u = a(c - bC) + gcC + dh^2$$

donde a , b , g , y d son constantes. Puedes asumir que la otra persona tiene una función de utilidad análoga (en otras palabras $A=a$, $B=b$, $g=G$, y $d=D$).

1.1.- Para la primera persona, escribe todas la derivadas de la función de utilidad numeradas en el parrafo anterior e indica que signo debe tener cada una para concordar con la descripcion anterior.

1.2.- Indica el rango de valores de las constantes en la función de utilidad que son consistentes con esas restricciones.

1.3.- Imagina una persona para quien $b = 1$. Como describirias a esta persona? Imagina a una persona para quien $b = -1$. ¿Como describirias a esta persona?

2.- *El juego del Consumo envidioso.* Para una mayor simplicidad asumiremos que el consumo se obtiene solamente a traves del trabajo, con una hora de trabajo haciendo posible una unidad de consumo (no existe el ahorro ni el intercambio), entonces $c = h$ y $C = H$. Supongamos que el conjunto de acciones posibles es tal que cada uno puede optar entre trabajar 8 horas al día o 6 horas al día (un tercio del día o un cuarto del día, las unidades en las cuales h y H son medidas) y $a = A = 1$, $g = G = 1$, y $d = D = -2$ y $b = B = 0.5$, y que toman esta decision en forma no cooperativa, y juegan el juego una sola vez.

2.1.- Define que significa decir que ambos toman sus decisiones en forma no cooperativa.

- 2.2.- Escribe la matriz de ganancias relevante.
- 2.3.- ¿Que clase de juego es?
- 2.4.- Encierra en un círculo todo equilibrio de Nash en la matriz de ganancia.
- 2.5.- Dibuja un cuadrado alrededor de todo óptimo de Pareto en la matriz de ganancia.
- 2.6.- ¿Este juego genera alguna falla de coordinación? (Define falla de coordinación e indica si ocurre alguna en el juego)
- 2.7.- Si la respuesta a la pregunta anterior fue "sí", explica por qué ocurre una falla de coordinación en este juego, y si la respuesta fue "no" explica por qué no ocurre.

3.- *Funciones de mejor respuesta.* Ahora asume que el conjunto de acciones incluye todos los valores positivos de h y H desde 0 a 1. Cada individuo se enfrenta a una sola opción, cuanto consumir, o lo que es equivalente, cuantas horas trabajar, y toman esta decisión en forma no cooperativa.

- 3.1.- ¿Que problema de optimización debe resolver la primer persona para obtener su mejor función de respuesta? (escríbelo)
- 3.2.- Obtiene la función de mejor respuesta para ambos individuos (escribe la fmr para h y H , aunque escribirla para c y C sería equivalente, obviamente)
- 3.3.- Explica en palabras el significado de la fmr obtenida: ¿Que conceptos familiares se igualan?
- 3.4.- ¿Cual es el efecto que el otro trabaje mas horas sobre la cantidad de horas elejidas por el primero? Da una expresion precisa de este efecto y determina su signo.
- 3.5.- Indica qué consideras que son reglas razonables (una para cada individuo) sobre cómo cambiarían el nivel de sus variables (h y H , respectivamente) cuando no se encuentran en su nivel de equilibrio (i.e. la mejor respuesta). Presenta un análisis matemático preciso del proceso de ajuste al equilibrio.

4.- *Equilibrio de Nash*

- 4.1.- Grafica las dos fmr anteriores e indica el equilibrio de Nash si existe alguno.
- 4.2.- Si $a = A = 1$, $b = B = 0.5$, $g = G = 1$, y $d = D = -2$, da los valores de h y H en el equilibrio de Nash (designandolos h^* y H^*)
- 4.3.- Si los dos individuos descriptos arriba estaban interactuando como fue descripto en el párrafo de apertura, ¿Qué razones pueden darse para esperar que estén eligiendo las cantidades de trabajo del equilibrio de Nash?
- 4.4.- Suponga que $a = A = b = B = 0.5$, $g = G = 5$, y como antes $d = D = -2$. Identifica cualquier equilibrio de Nash. Sobre la base de los comportamientos explicitados antes, ¿Que niveles de trabajo para cada individuo esperarías observar, o no existe ninguna base para decir algo sobre esto?

5.- *Óptimo de Pareto*

5.1.-¿Que problema de optimización (para la interaccion anterior) debe ser solucionado para derivar las condiciones marginales que definen un optimo de Pareto? Escribe el problema de optimización.

5.2.- ¿Cuales son estas condiciones marginales? Resuelve el problema.

5.3.- Usando conceptos economicos conocidos (no simplemente conceptos matemáticos formales) explica lo que significan estas condiciones.

5.4.- ¿Puedes mostrar que los valores de Nash (h^* y H^*) no son optimos de Pareto? Da una demostracion precisa de tu respuesta.

6.- Soluciones cooperativas.-

Imagina que ambos se dan cuenta que pueden mejorar actuando en forma cooperativa, y se ponen de acuerdo en compartir los beneficios de la cooperacion equitativamente (puedes asumir que cualquier acuerdo al que lleguen puede hacerse cumplir).

6.1.- ¿Que problema de optimización deberían resolver para determinar qué tan duro debería trabajar cada uno?

6.2.- Con los valores $a = A = 1$, $b = B = 0,5$, $g = G = 1$ y $d = D = -2$, ¿Cuánto deberían trabajar cada uno en la solución cooperativa?

6.3.- Explica por qué estos valores (llamalos h^* y H^*) son diferentes a h^* y H^* .

7.-Soluciones gubernamentales.

Ahora asume que ambos no pueden cooperar en determinar h y H pero pueden ponerse de acuerdo en instruir al estado en aplicar impuestos o subsidiar sus variadas actividades (consumo y trabajo), los impuestos y subsidios siendo recolectados y distribuidos sin costo, el gobierno teniendo total conocimiento del nivel de consumo y trabajo de cada persona. Todo impuesto que sea recolectado es distribuido equitativamente en forma de una suma fija entre las dos personas. Puedes asumir que ninguno de los dos sabe que la suma fija que reciben del gobierno variará con la cantidad de trabajo que ellos realicen (consideran la suma que reciben del estado como exogena).

7.1.- Considerando solo impuestos, ¿Que impuestos debería aplicar el estado para mover el equilibrio de Nash más cerca de los valores H^* y h^* ?

7.2.- ¿Existe algun impuesto que pueda inducir a cada persona a implementar el resultado cooperativo (aun cuando ambos esten actuando en forma no cooperativa)? Si existe, di cual es, sino explica por que no es posible.

II.- Vecinos

Los dueños de dos edificios de apartamentos para alquilar linderos (denotados como i y j) deciden cuánto trabajo dedicar al mantenimiento de la apariencia fisica de sus propiedades. El aumento de trabajo por parte de uno, aumenta el ingreso por alquiler de su propio edificio (la gente está dispuesta a pagar mas por un lugar bonito) y aumenta el ingresos por alquiler del otro edificio tambien (ya que mejora la apariencia del barrio entero). El aumento del esfuerzo laboral tambien aumenta la productividad marginal del esfuerzo laboral del vecino para cada nivel dado de otros insumos.

El ingreso por alquiler neto de todo costo que no sea el trabajo del dueño en la propiedad de i esta dado por

$$y^i = a + be^i + ce^i e^j$$

y el ingreso neto del dueño j esta determinado por una funcion perfectamente analogo (solo intercambia los supraindices)

La función de utilidad de los dueños refleja una utilidad marginal positiva del ingreso y una desutilidad del esfuerzo laboral.

$$u^i = y^i - g(e^i)^2$$

y analogo para el otro dueño. Para ambos dueños, $0 \leq e \leq 1$ (cuando $e = 1$ el nivel de esfuerzo es maximo)

1.-Planteando el problema

1.1.- ¿Que restricciones matemáticas impone la descripción verbal de la interrelación entre los dos dueños, en los valores de $a, b, c, y g$?

1.2.- Si cada dueño optimiza su utilidad (en forma no cooperativa), ¿Que problema de optimización deben solucionar?

2.- Mejores Respuestas

2.1.- Obtiene la funcion de mejor respuesta para cada dueño. Define su FMR como $e_i^* = e_i(e_j)$ y analogamente para j . (puede ayudar en lo siguiente el graficar la funcion)

2.2.- Imagina un cambio en la funcion de utilidad de i reflejando un aumento en la desutilidad del esfuerzo de trabajo. ¿ Cual es el efecto en la eleccion del esfuerzo de trabajo por i ? Da una expresion precisa para este efecto.

2.3.- ¿Puedes decir si un aumento en la desutilidad del esfuerzo del trabajo de i (como el descrito arriba) aumentará, disminuirá o dejará inalterado el efecto de cambios en el esfuerzo de trabajo de j sobre la elección de esfuerzo de i ? Si posible, da una expresión

2.3.1.- para el efecto de cambios en el esfuerzo de trabajo de j en los niveles de esfuerzo de i , y

2.3.2.- para el efecto de un aumento en la desutilidad del trabajo de i en la tasa de respuesta de la opcion de esfuerzo de i ante la eleccion de esfuerzo de j .

3.- Equilibrio de Nash.

3.1.- Define un equilibrio de Nash para este juego.

3.2.- Obtiene una expresion para el valor del nivel de esfuerzo de ambos dueños en el equilibrio de Nash.

3.3.- Si $b = 1, c = 0.25$ y $g = 2$ ¿Cuales son los valores de e^i y e^j en el equilibrio de Nash recién definido?

3.4.- (10) Suponga que los dos dueños se enamoran, y ahora los dos tratando de impresionar y ayudar al otro, encuentran trabajar en el mantenimiento de sus propiedades menos oneroso, cayendo la desutilidad marginal del esfuerzo laboral a un cuarto de lo que era en el ejemplo anterior. ¿Cual es el nuevo equilibrio

de Nash considerando las demas variables incambiadas (y continuando con la condicion que ambos continuan jugando en forma no cooperativa)?

4.-*Privatizacion.*-

Imagina que i posee ambas propiedades, y puede emplear a j para trabajar en la segunda propiedad mientras i continua trabajando en la primera propiedad. El salario que i le ofreceria a j es tanto como el necesario para compensarlo de la desutilidad de cualquiera sea el esfuerzo laboral que i le pida a j (i establecera el salario tal que para j sea indiferente entre trabajar por ese monto o no trabajar en absoluto).(Estamos asumiendo aqui que el esfuerzo puede ser contratado).

4.1.- Escribe el problema de optimización de i .

4.2.- Usando las condiciones de primer orden del problema de optimización anterior, da los valores optimos de trabajo para i y j para $b = 1$, $c = 0.25$ y $g = 2$.

4.3.-Compara tus resultados al equilibrio de Nash (para los mismos parametros) y explica las diferencias, si existen, o la razon por la que no hay diferencias.

4.4.- ¿Es la solucion de privatizacion Pareto-optima? Explica la respuesta.

4.5.- Tienes suficiente información para decir si esta solucion es Pareto - superior al equilibrio de Nash identificado anteriormente? Si la tienes indica la respuesta, sino di por que no.