Solucion Práctico N^{o}2

I.- Consumo Envidioso

1. *Restringiendo la función de utilidad*

1.1.

1.- "Cada uno obtiene una utilidad marginal positiva de su propio consumo": $u_c > 0; U_C > 0$

2.- "Cada uno obtiene una utilidad marginal negativa del consumo del otro": $u_C < 0; U_c < 0$

3.- Desutilidad del trabajo: $u_h < 0; U_H < 0$

4.- "Cuanto más consume un individuo, mayor es la utilidad marginal del consumo para el otro": $\frac{\partial u_c}{\partial C} > 0; \frac{\partial U_C}{\partial c} > 0$

1.2.-Derivadas para minusculas

1. $\partial u/\partial c = u_c = a + gC > 0$
2. $\partial u/\partial C = u_C = -ab + gc < 0$
3. $\partial u/\partial h = u_c = 2dh < 0$

4.$\partial(\partial u/\partial c)/\partial C = g > 0$

Rangos de valores.

De 4. : $g > 0$

De 3. : $2dh < 0$, y como $h > 0$, entonces $d < 0$

De 1. : $a + gC > 0$, y como $C > 0$ y $g > 0$, entonces $gC > -a$

De 2. : $-ab + gc < 0$, como $g > 0$, $c > 0$, entonces $ab > gc > 0$, o $b > gc/a$

1.3.- $b = 1; b = -1$

Asumimos que las desigualdades de arriba se siguen cumpliendo, por lo que en ambos casos se cumple que $\partial u/\partial C = u_C = -ab + gc < 0$, el individuo es envidioso.

Ahora, asumiendo esto, si $b = 1$, entonces $u = a(c - C) + gcC + dh^2$, o $u = ac + (gc - a)C + dh^2$

Como $b = 1$, $ab > gc > 0$ se transforma en $a > gc > 0$. Y $a > 0$ significa que al individuo le interesa la diferencia entre su propio consumo c y el consumo del otro C, $(c - C)$. Experimenta *envidia* ante un incremento de C ($\partial u/\partial C = gc - a < 0$) porque un incremento en C disminuye esta diferencia si es positiva, o la hace más negativa.

Si $b = -1$, entonces $u = a(c + C) + gcC + dh^2$, o $u = ac + (gc + a)C + dh^2$

Como $b = -1$, $ab > gc > 0$ se transforma en este caso en $-a > gc > 0$, o $a < 0$. Por lo tanto, en este caso el individuo es "anti-consumista". Cuanto mayor es la suma de ambos consumos $(c + C)$ peor está. La "envidia" obedece al hecho de que cuando aumenta C mayor es el consumo "en el mundo", lo que le provoca desutilidad.

2.- Juego del consumo envidioso.-

2.1.- Definicion de un juego no cooperativo: juego que asume que si los jugadores escriben un contrato o se ponen de acuerdo sobre las acciones a tomar antes de llevarlas a cabo, no pueden asegurarse de que este contrato o acuerdo vaya a ser cumplido.

2.2.- La matriz se deriva del valor de la utilidad para minúscula y mayúscula para cada una de las posibilidades del set de accion, $h = 1/3$ y $h = 1/4$.

		Mayuscula	
		$H = 1/3 = 8$ horas	$H = 1/4 = 6$ horas
Minuscula	$h = 1/3 = 8$ horas	$(4/72, 4/72)$ Nash	$(5/72, 3/72)$ P.O.
	$h = 1/4 = 6$ horas	$(3/72, 5/72)$ P.O.	$(4.5/72, 4.5/72)$ P.O.

2.3.- (ver matriz).

2.4.- (ver matriz)

2.5.- Una Falla de Coordinacion ocurre cuando hay interacción no-cooperativa y los jugadores no toman en cuenta de forma completa los efectos de sus propias acciones en el bienestar de los demas y por lo tanto terminan en una situación que no es un óptimo de Pareto.

En este juego ocurre una falla de coordinación porque el (único) equilibrio de Nash (en estrategias dominantes) no es un Óptimo de Pareto. En otras palabras, si los dos deciden trabajar 1/4 del dia, la utilidad para ambos sera mayor.

2.6.- La falla de coordinacion ocurre básicamente porque el nivel de consumo de mayuscula y minuscula afecta el nivel de utilidad del otro (existen externalidades) y no son tomadas en consideracion por los individuos. Trabajar h=1/3 del dia, y H=1/3 del dia son las estrategias dominantes para los respectivos individuos.

2.7.- Es un DILEMA DEL PRISIONERO

3.- *Funciones de mejor respuesta:*

Conjunto de accion: $(h = (0,1), H = (0,1))$

3.1.- Problema de optimizacion:

$$\max_{h=c} \; u = a(h - bH) + ghH + dh^2$$

3.2.- CPO:

$$\partial u / \partial h = a + gH + 2dh = 0$$

Minuscula...

$$h(H) = -1/2d(a + gH) = -a/2d - gH/2d$$

Mayuscula..

$$H(h) = -1/2D(A + Gh) = -A/2D - Gh/2D) = -a/2d - gh/2d$$

3.3.- Lal CPO dice que $a + gH + 2dh = 0$, o $u_c = -u_h$. Minuscula iguala su utilidad marginal de consumo a su desutilidad marginal de trabajo.

En el caso de mayuscula la interpretacion es exactamente la misma.

3.4.- $\partial h(H)/\partial H = -g/2d = h_H$. Con $d < 0, g > 0 \Rightarrow h_H > 0$, Un incremento en las horas trabajadas por el otro incrementa las de uno.

3.5.- Ajuste fuera de equilibrio

Del punto 3.4. sabemos que la fmr tiene pendiente positiva. En ese caso dos cosas pueden pasar, a) que las dos fmr encuentren un equilibrio en cierto punto donde $h > 0, H > 0$, o b) que no exista equilibrio (son paralelas). Nuestro caso es el (a), lo que puede ser provado mostrando que la pendiente de $H(h)$ es menor a 1. (Y la de $h^{-1}(H) > 1$). $H'(h) = -g/2d > 0$ porque $g > 0$ y $d < 0$. Ahora, $H'(h) < 1 \Leftrightarrow g < -2d$.Si esta condición se cumple, dado que la pendiente de $h^{-1}(H)$ es más alta que la de $H(h)$, cualquier proceso ajuste lleva los niveles de h y H a los de equilibrio de Nash (la intersección de ambas rectas), a una tasa decreciente.

El equilibrio de Nash lo hallo sustituyendo $H(h)$ en $h(H)$

$$h(H) = -a/2d - g\left[H(h)\right]/2d$$

$$2dh(H) = -a - gH(h)$$

$$\begin{aligned}
2dh &= -a - g\left[-a/2d - gh/2d\right] \\
(2d)^2 h &= -a2d + ag + g^2 h \\
h\left[(2d)^2 - g^2\right] &= -a\left(2d - g\right) \\
h^N &= -\frac{a\left(2d - g\right)}{\left[(2d)^2 - g^2\right]} = -\frac{a}{2d + g} = H^N
\end{aligned}$$

porque el equilibrio es simétrico. Para que esete punto entre en 0 y 1 :

$$\begin{aligned}
0 &< -\frac{a}{2d + g} < 1 \\
0 &< -a < 2d + g
\end{aligned}$$

Notar que esta condición contradice la condición de estabilidad recién derivada ($g < -2d$) (o lo que es lo mismo, $2d + g < 0$). Por lo que cuando el equilibrio sea estable, la solución será de esquina $h^N = H^N = 1$.

4.- Equilibrio de Nash

4.1.- La fmr de minúsculas es

$$h(H) = -a/2d - gH/2d$$

Con los valores de los parámetros, esta función me queda

$$h(H) = \frac{1}{4} + \frac{H}{4}$$

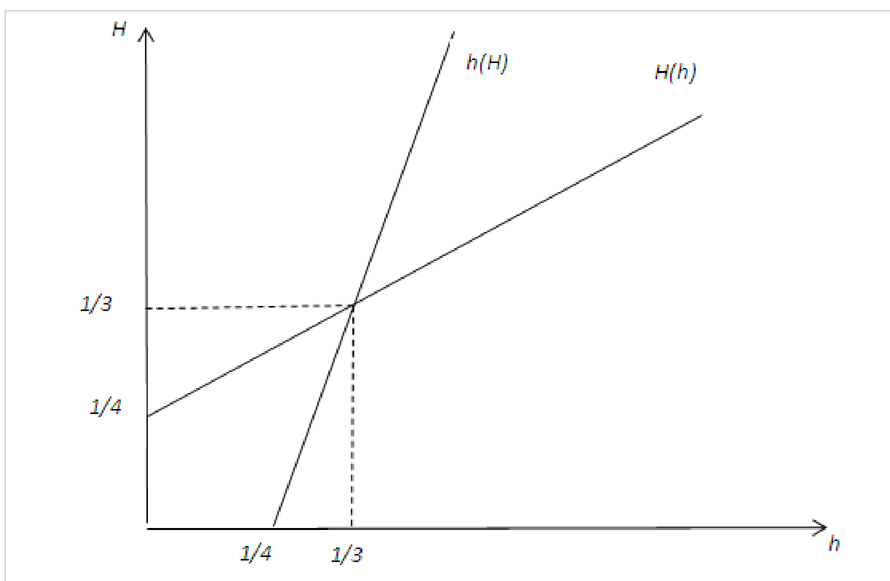
Similarmente

$$H(h) = 1/4 + h/4$$

Para hallar el equilibrio:

$$\begin{aligned} h^*(H) &= 1/4 + 1/4\,(1/4 + h/4) \\ &= 1/4 + 1/16 + h/16 \\ h^* &= 1/3 \\ H^* &= 1/3 \end{aligned}$$

La situación se ilustra en el siguiente gráfico:



4.2.-

$$\begin{aligned} h(H) &= 1/8 + 5H/4 \\ H(h) &= 1/8 + 5h/4 \end{aligned}$$

En este caso no se cumple que $g < -2d$. Por consiguiente, el equilibrio (que no se da dentro de los valores 0 y 1 de h y H) es inestable. La solución será $(1,1)$, de esquina.

Hacer gráfico para verlo.

5. *Optimalidad de Pareto*

5.1.- Maximizar la utilidad de un individuo sujeto a un determinado nivel de la utilidad del otro

$$\begin{aligned} \max_{h,H,\lambda} u &= u(h,H) \text{ s.a. } U = \overline{U} \\ \text{Lagrange:} \quad & a(h - bH) + ghH + dh^2 - \lambda \left[\overline{U} - a(H - bh) - ghH - dH^2\right] \end{aligned}$$

5.2.- CPO para una solución interior:

$$\begin{aligned} 1)\frac{\partial L}{\partial h} &= (a + gH) + 2dh + \lambda\,(-ab + gH) = 0 \\ 2)\frac{\partial L}{\partial H} &= (-ab + gh) + \lambda\,(a + gh + 2dH) = 0 \\ 3)\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 0 \end{aligned}$$

De 1) y 2)

$$\begin{aligned} (a + gH) + 2dh &= -\lambda\,(-ab + gH) \\ (-ab + gh) &= -\lambda\,(a + gh + 2dH) \end{aligned}$$

$$\frac{(a + gH) + 2dh}{(-ab + gh)} = \frac{(-ab + gH)}{(a + gh + 2dH)}$$
$$\frac{(a + gC) + 2dh}{(-ab + gh)} = \frac{(-ab + gH)}{(a + gc) + 2dH}$$

5.3.- La RMS neta entre el consumo (o esfuerzo) de Min y el de May se igualan para ambos individuos.

5.4.-

$$h^N = \frac{-1}{2d}\,(a + gH)$$

$$h^{OP} = \frac{-1}{2d}\,(a + gH) + \lambda\,(-ab + gH)$$

Dado que

$$\begin{aligned} (-ab + gH) &< 0 \text{ y } \lambda > 0, \\ h^N &> h^{OP} \end{aligned}$$

. Como

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial h} &< 0, \\ u^N &< u^{OP} \end{aligned}$$

.

6.- *Soluciones Cooperativas*

Actuar en forma cooperativa significa que ambos individuos maximizan sus funciones de utilidad conjuntas y distribuyen equitativamente las ganancias.

6.1.-

$$\max_{(h,H)} Utotal = a(h - bH) + ghH + dh^2 + a(H - bh) + ghH + dH^2$$

CPO

$$\begin{aligned} \frac{\partial Utotal}{\partial h} &= a + gH + 2dh - ab + gH = 0 \\ \frac{\partial Utot}{\partial H} &= -ab + gh + a + gh + 2dH = 0 \end{aligned}$$

De donde salen $h^{COOP}(H)$ y $H^{COOP}(h)$.

6.2.–

$$Utotal = 1/2h - 2h^2 + 1/2H - 2H^2 + 2hH$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Utotal}{\partial h} &= 1/2 - 4h + 2H = 0 \\ \frac{\partial Utot}{\partial H} &= 1/2 - 4H + 2h = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h^{COOP} &= 1/4 = h' \\ h^{COOP} &= 1/4 = H' \end{aligned}$$

6.3.- En la solución cooperativa la falla de coordinación ha sido resuelta. La externalidad por consumo del otro ha sido internalizada.

7. *Intervención del Gobierno*

7.1.- Como el origen de la falla de coordinación está en la interdependencia de los consumos, el impuesto debe ser fijado sobre los niveles de consumo c, C. Sin embargo, como hemos supuesto $c = h$ *el* impuesto sobre el consumo será exactamente el mismo que el impuesto que se podría poner sobre el trabajo h, H

7.2.- La función de utilidad de Min es ahora

$$a(h - bH) + ghH + dh^2 - \tau h$$

La CPO de este problema es: $\frac{\partial u}{\partial h} = a + gH + 2dh - \tau = 0$
En el óptimo se debe cumplir: $\frac{\partial u}{\partial h} = a + gH + 2dh - ab + gH = 0$
Es fácil ver que el impuesto debe fijarse en $ab - gH$.

2. Vecinos

1.1.-
i) El aumento de trabajo por parte de uno, aumenta el ingreso por alquiler de su propio edificio: $\partial y^i / \partial e^i = b + ce^j > 0$
ii) y aumenta el ingresos por alquiler del otro edificio tambien: $\partial y^i / \partial e^j = ce^i > 0$
iii) El aumento del esfuerzo tambien aumenta la productividad marginal del esfuerzo del vecino: $\partial / \partial e^j (\partial y^i / \partial e^i) = c > 0$
También podemos suponer que $a \geq 0$, ya que no tiene sentido que paguen por laquilar sus apartamentos, aún en ausencia de esfuerzo por parte de ambos propietarios.
Por último, $g > 0$, el esfuerzo genera desutilidad.

1.2.- Problema de optimización

$$\max_{e^i} u^i = a + be^i + ce^i e^j - g(e^i)^2$$

2.- *Mejores Respuestas*

2.1.- $\partial u^i / \partial e^i = b + ce^j - 2ge^i = 0 =>$

$$e^i(e^j) = \frac{b + ce^j}{2g}$$

y

$$e^j(e^i) = \frac{b + ce^i}{2g}$$

2.2.- $\partial e^i(e^j) / \partial g = -\frac{\left(b + ce^j\right)}{2g^2} < 0$
2.3.1.- $\partial e^i(e^j) / \partial e^j = c / (2g) > 0$
2.3.2.- $\partial \left[\partial e^i(e^j) / \partial e^j\right] / \partial g = -c / \left(2g^2\right) < 0$

3.- *Equilibrio de Nash*

3.1.- Cada individuo responde de la mejor manera: elige el nivel de esfuerzo que maximiza su utilidad dado el nivel de esfuerzo del otro

3.2.-

$$e_N^i = \frac{b + ce^j(e^i)}{2g} = \frac{b + c\frac{b+ce^i}{2g}}{2g} = \frac{b}{2g - c} = e_N^j$$

3.3.-

$$e_N^i = \frac{4}{15} = e_N^j$$

3.4.- La nueva desutilidad marginal del esfuerzo es $1/4\,(2ge) = 1/2ge$. La nueva CPO es $\partial u^i/\partial e^i = b + ce^j - ge^i/2 = 0 => e^i(e^j) = \frac{2\left(b+ce^j\right)}{g}$ y $e^j(e^i) = \frac{2\left(b+ce^i\right)}{g}$. Sustituyendo los parámetros por sus valores el EN da valores de $e = 4/3$. Como e tiene que estar entre 0 y 1 el EN es que ambos trabajan 24 horas al día ($e^j = e^i = 1$)

4. *Privatización*

4.1.-

$$\max_{e^j, e^i} u_i = \left[\left(a + be^i + ce^ie^j\right) + \left(a + be^j + ce^ie^j\right)\right] - g(e^i)^2 - g(e^i)^2$$

El primer término entre paréntesis es el ingreso de i por la renta de los dos edificios. El segundo miembro es la desutilidad del esfuerzo de i. Y el tercero es el salario que le paga a j.

4.2.- CPO:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u_i}{\partial e^i} &= 2ce^j + b - 2ge^i = 0 \Rightarrow e_i = \frac{1}{2g}\left(2ce^j + b\right) \\
\frac{\partial u_i}{\partial e^j} &= 2ce^i + b - 2ge^j = 0 \Rightarrow e_j = \frac{1}{2g}\left(2ce^i + b\right)
\end{aligned}$$

Dado que sabemos que ambos e^j, e^i van a ser iguales

$$\begin{aligned}
e_i^P &= \frac{b}{2\,(g - c)} = e_j^P \\
e_i^P &= \frac{2}{7} = e_j^P
\end{aligned}$$

4.3.-

$$e_N^i = e_N^j = \frac{4}{15} < e_i^P = e_j^P = \frac{2}{7}$$

Bajo el esquema de la privatización la externalidad positiva es internalizada por i (el dueño de ambos edificios) y por lo tanto elige niveles de e_i y e_j mayores.

4.4.- Sí, es un óptimo de Pareto ya que cualquier cambio en e_i o e_j hará que alguno de los dos esté peor. Si i trabaja menos su ingreso disminuirá. Si j trabaja menos, su utilidad no cambiará pero bajará el bienestar de i nuevamente.

4.5.- La privatización no es pareto-superior al equilibrio de nash porque j está peor. En el equilibrio de nash j experimentaba una utilidad positiva mientras que en este caso obtiene utilidad cero.