Practico 4

2009

Marcelo Caffera

EJERCICIO 1

Considere de negociación mediante ofertas en alternancia entre dos personas, Min y May, presentado en el Capítulo 5. Recuerde que los negociadores están dividiendo un premio de valor 1 en utilidad ($v + V = 1$) y simplificamos aún más suponiendo que las utilidades de reserva son $z = Z = 0$.Supongamos que Min es el que mueve primero y que $\widetilde{v}$ es lo máximo que puede recibir en cualquier ronda del juego cuando es el primero en mover.

1. Muestre que este juego tiene un único equilibrio en el cuál

$$\widetilde{v} = \frac{1 - \delta_{May}}{1 - \delta_{Min}\delta_{May}}$$

Sea $t = 0$ el primer round del juego. Los jugadores hacen inducción hacia atrás, pensando en la situación en la que se encontrarán cuando lleguen a $t = 1$ y sea el momento que May haga una oferta. En este punto, May sabe que si le ofrece $\delta_{Min}.\widetilde{v}$ a Min éste no la rechazará ya que es indiferente entre recibir $\delta_{Min} \times \widetilde{v}$ en $t = 1$ a recibir $\widetilde{v}$ en $t = 2$. Si esta oferta es aceptada May recibirá $(1 - \delta_{Min} \times \widetilde{v})$ en $t = 1$. Sabiendo esto, Min sabrá que ofreciéndole a May $\delta_{May}(1 - \delta_{Min} \times \widetilde{v})$ en $t = 0$ éste aceptará. En otras palabras, en $t = 0, Min$ sabe que lo máximo que puede obtener es $[1 - \delta_{May}(1 - \delta_{Min} \times \widetilde{v})]$. Dado que hemos llamado $\widetilde{v}$ a la cantidad máxima que Min puede obtener en cada período, podemos hallar esta cantidad igualando

$$\widetilde{v} = 1 - \delta_{May}(1 - \delta_{Min} \times \widetilde{v})$$

y despejando $\widetilde{v}$,

$$\widetilde{v} = \frac{1 - \delta_{May}}{1 - \delta_{Min}\delta_{May}}$$

Min hará esta oferta al comienzo, ya que no tiene ningún sentido esperar (es costoso), May la aceptará y la negociación culminará.

2. Para tener alguna idea de las magnitudes en juego, imagine que May es pobre, tiene acceso limitado al crédito y se endeuda con su tarjeta de crédito regularmente a una tasa real de interés de 15%, mientras que Min es rico y puede prestar y pedir prestado a la tasa real de 4%. Si estos números representan las tasas anuales de preferencia temporal de ambos, y si los períodos de negociación corresponden a un año (Δ es un año), ¿qué porcentaje del premio se lleva Min y qué porcentaje May?

Si la tasa de preferencia temporal de May es 15%,

$$\delta_{May} = \frac{1}{1 + 0.15} = 0.869\,57$$

Mientras que

$$\delta_{Min} = \frac{1}{1 + 0.04} = 0.961\,54$$

Por lo tanto

$$\widetilde{v} = \frac{1 - 0.869\,57}{1 - 0.961\,54 \times 0.869\,57} = 0.795\,92$$

3. ¿Cuánto de este resultado se debe a la mayor impaciencia de May y cuánto al hecho de que es el segundo en mover? Para responder esta pregunta asuma May tiene la misma tasa de descuento que Min (4%) y calcule $\widetilde{v}$ nuevamente. ¿Qué concluye?

Si la tasa de preferencia temporal de May es 4%, $\delta_{May} = \delta_{Min} = 0.961\,54$

Por lo tanto

$$\widetilde{v} = \frac{1 - 0.961\,54}{1 - 0.961\,54 \times 0.961\,54} = 0.509\,8$$

Se puede ver mediante este simple ejercicio que la ventaja de Min se debe básicamente al hecho de que es menos impaciente (o más rico). Cuando ambos tienen la misma preferencia temporal (o son igualmente ricos) el bien se reparte casi en partes iguales. Min se lleva el 51% del bien.

13. Asymmetric Nash bargaining (Cap. 5)

La mayoría de las negociaciones no son simétricas: empleadores y empleados tienen diferentes conjuntos de estrategias y opciones externas. Típicamente, existen diferencias en oportunidades para mejorar el poder de negociación o diferencias en preferencias debido a diferencias en riqueza.

Poder de negociación endógeno. Suponga dos individuos que participan en un proceso de producción conjunto ofreciendo ambos una unidad de un insumo y produciendo un producto (neto de costo) γ. Han acordado en una negociación de Nash del excedente conjnunto resultante. Como en el texto, tanto Mayúscula como Minúscula tienen una posición de reserva de Z y z respectivamente, y el poder de negociación de Mayúscula está dado por α. La oferta del insumo no es verificable y Minúsculas (pero no Mayúsculas) descubre que gastando una fracción μ de su insumo para mejorar su poder de negociación (empleando abogados, teóricos de juegos, etc.) más que en producción, α puede aumentar. Como resultado, $\alpha = \alpha(\mu)$, con $\alpha' > 0$ y $\alpha'' < 0$. Por spuesto, desviando recursos hacia un uso no productivo baja el excedente conjunto, el cual asumimos es la suma de los insumos dedicados a la producción, o $2 - \mu$.

13.1. De la condición de primer orden para la elección de μ por parte de minúsculas y explique qué significa.

El problema para minúsculas es

$$\max_{\mu} v = z + \alpha(\mu)(2 - \mu)$$

(De acuerdo a la negociación de Nash, minúsculas se llevará su posición de reserva más una proporción del excedente conjunto que depende de su poder de negociación).

CPO:

$$\frac{\partial v}{\partial \mu} = \alpha'(\mu)(2-\mu) - \alpha(\mu) = 0$$

Minúsculas invierte en abogados y teóricos de juegos para mejorar su poder de negociación hasta que el beneficio marginal de hacerlo ($\alpha'(\mu)(2-\mu)$: el incremento en su tajada producto del incremento en su poder de negociación) es igual al costo marginal $\alpha(\mu)$: la disminución de la parte del excedente conjunto que se apropia prodcto de que este disminuye porque él destina una unidad menos del insumo a la producción).

13.2 Si $\alpha = 1/2 + \sqrt{\mu}$ para $\mu < 0,7$, de la elección de μ por parte de minúsculas, el nivel del excedente conjunto, y la división del excedente conjunto entre los dos.

De 13.1 sabemos que

$$2 - \frac{\alpha(\mu)}{\alpha'(\mu)} = \mu^*$$

Si $\alpha = 1/2 + \sqrt{\mu}$,

$$2 - \frac{1/2 + \sqrt{\mu}}{1/2\sqrt{\mu}} = \mu^*$$

Haciendo cuentas,

$$3\mu^* + \sqrt{\mu^*} - 2 = 0$$

de donde

$$\mu^* = 0,4444$$

(la raiz $\mu^* = 1$ se rechaza por la letra $\alpha = 1/2 + \sqrt{\mu}$ **para** $\mu < 0,7$).

El nivel del excedente conjunto es

$$2 - 0.4444 = 1.5556$$

y la división del excedente conjunto es

$$\alpha = 1/2 + \sqrt{0.4444} = 1.1666$$

Como α no puede ser mayor que 1, $\alpha^* = 1$.

Bienestar y poder de negociación: Considere la negociación de Nash entre minúsculas y Mayúsculas dada por la ecuación 5.1. **Suponga que para la gente relativamente pobre la utilidad marginal del premio decrece fuertemente en el tamaño del premio, mientras que para la gente que está relativamente mejor la función de utilidad es más lineal. (Alguna evidencia sobre este efecto se da en el Capítulo 9). Reflejando este supuesto, sea Mayúsculas el miembro rico del par, y sea la función de utilidad de Minúsculas la siguiente transformación de la función de utilidad de Mayúsculas**

$$v(x) = g(V(1-x))$$

con $g' > 0$ **y** $g'' \leq 0$.

13.3 Muestre que Minúsculas recibirá menos de la mitad del premio en la negociación de nash si $g'' \leq 0$ **y que se repartirán el premio en partes iguales si** $g'' = 0$.

Suponga que al comienzo de esta historia los dos tenían la misma función de utilidad; $v(x) = V(1-x)$. En este caso es facil de ver que la condición

$$\frac{v'(x)}{v(x)} = \frac{V'(1-x)}{V(1-x)}$$

implica que ambos se preparten la tora en partes iguales.

Vemos que:

$$\frac{\partial \frac{v'(x)}{v(x)}}{\partial x} = \frac{v''(x)v(x) - v'(x)}{v(x)^2} < 0$$

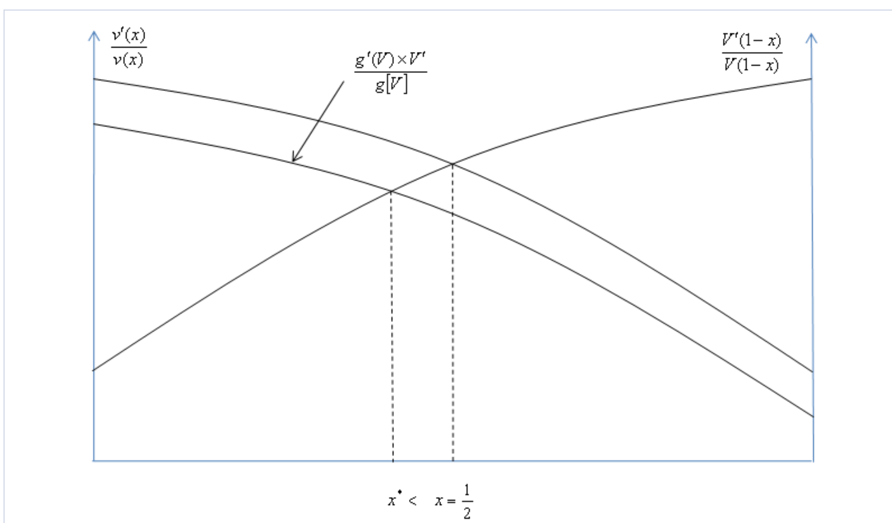
lo que significa que $\frac{v'(x)}{v(x)}$ tiene pendiente negativa.

Por su parte

$$\frac{\partial \frac{V'(1-x)}{V(1-x)}}{\partial x} = \frac{-V''(1-x)V(1-x) + \left[V'\left(1-x\right)\right]^2}{\left[V\left(1-x\right)\right]^2} > 0$$

lo que significa que $\frac{V'(1-x)}{V(1-x)}$ tiene pendiente positiva.

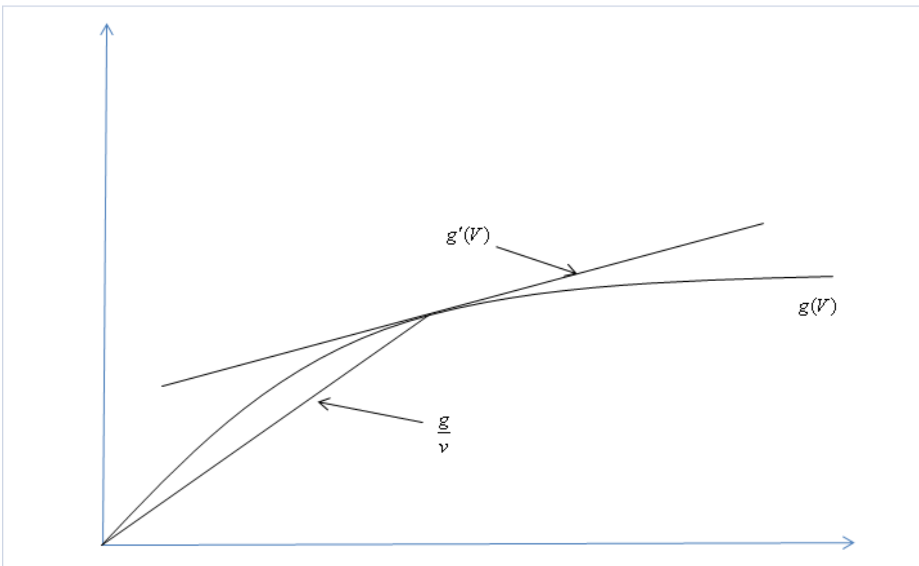
Graficamente:



Lo que muestra la gráfica es que cuando las dos funciones de utilidad son iguales se reparten la torta en partes iguales. Ahora suponga que minúsculas se vuelve más pobre (relativamente màs averso al riesgo). Ahora $\frac{v'(x)}{v(x)}$ se transforma en $\frac{g'[V]\times V'()}{g[V]}$ que es la misma curva de antes pero trasladada hacia abajo, como muestra la figura. Esto es, $\frac{g'[V]\times V'()}{g[V]} < \frac{v'(x)}{v(x)} = \frac{V'(1-x)}{V(1-x)}$. Probar esto implica probar

$$\frac{g'\left[V\right]}{g\left[V\right]} < \frac{1}{V(1-x)}$$

ó $g'\left[V\right] < \frac{g[V]}{V}$, lo cual es obvio geometricamente (ver figura siguiente)



Utilizando cálculo, vemos que $V \times g'(V) = g(V)$ cuando $V = 0$. A su vez, $[V \times g'(V)]' = g' + V \times g'' < g'$ si $g'' < 0$. O sea, si $g'' < 0$, $V \times g'(V)$ crece más lentamente que g; $V \times g'(V) < g$ o $g\prime(V) < g/V$ para todo $V > 0$ $(x < 1)$. Con esto queda demostrado que la curva $\frac{g'[V]\times V'()}{g[V]}$ es una traslación hacia abajo de la curva $\frac{v'(x)}{v(x)}$. Por lo que la solución de Nash que hace $\frac{g'[V]\times V'()}{g[V]} = \frac{V'(1-x)}{V(1-x)}$ va ser para un $x < 1/2$ (el caso en que ambas funciones de utilidad son iguales. QED.