7.CONSPIRACY OF DOVES, BOUGEOIS INVASION (Cap. 2)

7.1. Muestre que el valor estacionario interior de p (fracción de la población de halcones) en el juego de Halcón-Paloma no es un óptimo de Pareto, y explique que genera esta falla de coordinación.

La matriz de beneficios de este juego es:

Beneficios de Fila

	Halcón	Paloma
Halcón	$(v-c)/2$	v
Paloma	0	$v/2$

Para hallar el valor estacionario de p, es necesario igualar los beneficios esperados de ambas estrategias. Los beneficios esperados cuando la fracción de *Hs* es p, son

$$\begin{aligned} b_h(p) &= p(v-c)/2 + (1-p)v \\ b_d(p) &= p0 + (1-p)v/2 \end{aligned}$$

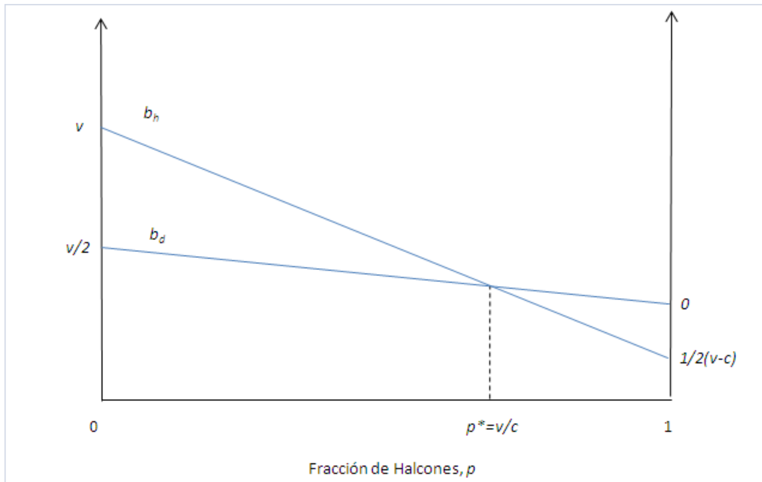
Resolviendo, $p^* = v/c$.

Se puede probar facilmente que $p^* = v/c$ no es un óptimo de Pareto calculando

$$\begin{aligned} \frac{db_h(p)}{dp} &= (v-c)/2 - v = -\frac{1}{2}(c+v) < 0 \\ \frac{db_d(p)}{dp} &= -v/2 < 0 \end{aligned}$$

Ambas expresiones son negativas. Esto es, un aumento en la proporción de halcones (p) perjudica a ambos halcones y palomas, para todo valor de p. Dicho de otra forma, en una población con $p^* = v/c$ se redujeran por alguna razón la proporción de halcones, ambos halcones y palomas estarían mejor. Por ende, $p^* = v/c$ no puede ser un OP. Esto se puede ver fácilmente en la siguiente gráfica, donde se ve claramente que los beneficios esperados de ambos halcones y palomas crecen a medida que decrece p :

Lo que genera la falla de coordinación es el hecho de que Paloma no es una EEE contra Halcón (una población de palomas puede ser invadida por un halcón; éstos tiene beneficios esperados mayores para todo $p < p^* = v/c$). Sin embargo, cuanto mayor es la proporción de halcones, menor el beneficio esperado de halcones por mayor costo esperado de las peleas. Éstas son un costo para la sociedad (por eso es la razon que ambos beneficios esperados decrecen en p) que los halcones no tienen en cuenta a la hora de responder de la mejor manera (la pelea es una externalidad, una ineficiencia).



7.2. Las capacidades humanas para la acción colectiva a menudo nos permiten hacer caso omiso de las tendencias evolutivas que predominan en otros animales. Imagine que en una población humana, jugando el juego H-P, se propuso una ley que prohíbe jugar halcón, su aprobación dependiendo de la mayoría de votos (y su coste de implementación se supone que es cero). Supongamos que los jugadores están inicialmente distribuidos según la frecuencia de equilibrio de halcones, v/c, y pueden cambiar sus estrategias, ya sea en respuesta a la ley o (dentro de los límites establecidos por la ley) según el diferencial de pagos. ¿Podría la mayoría de los población apoyar proponer la ley? Explique por qué o por qué no. Si pasaje requiere la unanimidad, ¿podría ser aprobar la ley?

En el punto 1 se demostró que las palomas están mejor en todo $p < p^* = v/c$. esto incluye a $p = 0$, por lo que las palomas votarán por la ley. En cuanto a los halcones, si se aprueba la ley, su beneficio esperado en $p = 0$ va a ser igual al de las palomas, $v/2$. Por lo tanto estos votarán por la ley si $v/2$ es mayor que $b_h(p^*)$. Esto es si

$$\begin{aligned} v/2 &> v/c(v-c)/2 + (1 - v/c)v \\ v/2 &> -\frac{v^2}{2c} + \frac{v}{2} \\ 0 &> -\frac{v^2}{2c} \end{aligned}$$

Esta desigualdad se cumple por lo que los halcones estarán de acuerdo en votar la ley. La ley será apoyada por unanimidad.

7.3. Suponga que un yate arriba con unos pocos burgueses en las costas de la Isla Hobbes cuya población (grande) se distribuye de acuerdo las fracciones de quilibrio v/c halcones y $(1 - \text{v/c})$ Palo-

mas. ¿Pueden los burgueses invadir la población mixta de la isla de Hobbes?

Una población de halcones y palomas se puede asimilar a una estrategia mixta (EM) jugando halcón con probabilidad v/c y jugando paloma con probabilidad (1-v/c). Debemos probar si la estrategia mixta es EE contra B. Esto será así si $\pi\left(EM,EM\right)>\pi\left(B,EM\right).$ Sabemos que

$$\pi\left(EM,EM\right)=b_h(\frac{v}{c})=b_d(\frac{v}{c})=\left(1-\frac{v}{c}\right)\frac{v}{2}$$

En cuanto a $\pi\left(B,EM\right)$, con probabilidad 1/2 el B es propietario y juega H, contra otro H con probabilidad v/c, y contra una paloma con probabilidad $1-v/c$. Algo similar cuando no es propietario y juega paloma.

$$\pi\left(B,EM\right)=\frac{1}{2}\left[\frac{v}{c}\pi\left(H,H\right)+\left(1-\frac{v}{c}\right)\pi\left(H,D\right)\right]+\frac{1}{2}\left[\frac{v}{c}\pi\left(D,H\right)+\left(1-\frac{v}{c}\right)\pi\left(D,D\right)\right]$$

$$\pi\left(B,EM\right)=\frac{1}{2}\left[\frac{v}{c}\left(\frac{v-c}{2}\right)+\left(1-\frac{v}{c}\right)v\right]+\frac{1}{2}\left[\frac{v}{c}0+\left(1-\frac{v}{c}\right)\frac{v}{2}\right]$$

$$\pi\left(B,EM\right)=\frac{1}{2}\left[\frac{v}{c}\left(\frac{v-c}{2}\right)+\left(1-\frac{v}{c}\right)v\right]+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{c-v}{c}\right)\frac{v}{2}\right]$$

$$\pi\left(B,EM\right)=\left(1-\frac{v}{c}\right)\frac{v}{2}+\frac{1}{2}\left[\frac{v}{c}\left(\frac{v-c}{2}\right)\right]+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{c-v}{c}\right)\frac{v}{2}\right]$$

$$\pi\left(B,EM\right)=\left(1-\frac{v}{c}\right)\frac{v}{2}$$

Por lo tanto, se cumple que $\pi\left(EM,EM\right)=\pi\left(B,EM\right)$, EM no es una mejor respuesta estricta en contra si misma en relación a B. Sin embargo, aún puede darse que EM sea EE contra B si se da que $\pi\left(EM,B\right)>\pi\left(B,B\right).$

$$\pi\left(EM,B\right)=\frac{v}{c}\left[\frac{1}{2}\pi\left(H,H\right)+\frac{1}{2}\pi\left(H,D\right)\right]+\left(1-\frac{v}{c}\right)\left[\frac{1}{2}\pi\left(D,H\right)+\frac{1}{2}\pi(D,D)\right]$$

$$\pi\left(EM,B\right)=\frac{v}{c}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{v-c}{2}\right)+\frac{1}{2}v\right]+\left(1-\frac{v}{c}\right)\left[\frac{1}{2}0+\frac{1}{2}\frac{v}{2}\right]$$

$$\pi\left(EM,B\right)=\frac{v^2}{4c}-\frac{v}{4}+\frac{v^2}{2c}+\frac{v}{4}-\frac{v^2}{4c}$$

$$\pi\left(EM,B\right)=\frac{v^2}{2c}$$

Mientras que, por el texto sabemos que

$$\pi\left(B,B\right)=\frac{v}{2}$$

O sea que EM será una EEE contra B si se cumple que

$$\frac{v^2}{2c} > \frac{v}{2}$$

lo que equivale a

$$\frac{v}{c} > 1$$

Sabemos que esto **no** se cumple ya que $0 < \frac{v}{c} < 1$. Por lo tanto conlcuimos que EM **no** es una EEE contra B, o sea B puede invadir una isla de Hs y Ps en equilibrio.

7.4. Explique por qué el pago esperado de un Halcón invasor en una población grande de Burgueses Contestatarios esta dado como señala el texto, y cheque que para $\mu = 1$, $\pi(B(\mu), B(\mu)) = \pi(H, H)$, mientras que para $\mu = 0$, $\pi(B(\mu), B(\mu)) = \pi(D, D)$.

Un Burgués Contestatario es un Burgués que cuando es intruso una fracción del tiempo $\mu \in [0, 1]$ equivocadamente cree que es propietario, o idiosincráticamente juega como propietario, y juega Halcón en lugar de jugar Paloma, mientras que en el caso de que es propietario siempre juega Halcon como antes. El beneficio esperado de un halcón contra un Burgues Contestatario es

$$\pi[H, BC] = 1/2\left[(1-\mu)v + \mu 1/2(v-c)\right] + 1/2\left[1/2(v-c)\right]$$

Esto es, con probabilidad 1/2 el Halcón se cruza con un intruso que con probabilidad $1-\mu$ se comporta "correctamente" como una paloma y por tanpo el H obtiene v, y con probabilidad μ el intruso "se equivoca" y juega H. El último sumando es el caso en que el B es propietario y siempre se comprta como un H.

Recordando que (ver texto)

$$\pi[BC, BC] = [B(\mu), B(\mu)] = \frac{1}{2}(v - \mu c)$$

es facil ver que uando $\mu = 1$:

$$\pi[B(1), B(1)] = \frac{1}{2}(v-c) = \pi(H, H)$$

y cuando $\mu = 0$**,**

$$\pi(B(0), B(0)) = \frac{v}{2} = \pi(D, D)$$

8. Solidaridad en cualquier momento (Cap. 2)

Suponga que los costos de ser miembro de un sindicato son c y los beneficios son b. Este beneficio es bien público que disfrutan todos los trabajadores, miembros o no del sindicato, en proporción al grado de sindicalización, d. Es decir, $b = \beta d$, con $d = n/N$, n = número de

miembros del sindicato, N = total de trabajadores y $\beta > c > \beta/N > 0$. El grado de convencionalismo es "alto". Por ende, ser miembro entre no-miembros es incómodo, como lo es no pertenecer al sindicato cuando la mayoría está afiliado. Consecuentemente, la utilidad de un miembro $u^m = b - c + \gamma(d - 1/2)$, mientras que la utilidad de un no-miembro es $u^n = b + \gamma(1/2 - d)$, con γ (el grado de convencionalismo) > 0. Asumiendo que los miembros de la fuerza laboral cambian de status (miembro / no-miembro) de acuerdo a la utilidad que brinda cada status, las siguientes preguntas tienen que ver con el valor estacionario de d, esto es, d^*.

1. De los valores de los parámetros para los cuales ser miembro del sindicato es una EEE, y para los cuales no ser miembro es una EEE.

Ser miembro es una EEE si

$$\pi\left(\text{ser miembro, ser miembro}\right) > \pi\left(\text{no ser miembro, ser miembro}\right)$$

ó

$$\pi\left(\text{ser miembro, ser miembro}\right) = \pi\left(\text{no ser miembro, ser miembro}\right)$$

pero

$$\pi\left(\text{ser miembro, no ser miembro}\right) > \pi\left(\text{no ser miembro, no ser miembro}\right)$$

$$\begin{aligned}
\pi\left(\text{ser miembro, ser miembro}\right) &= \\
\pi\left(\text{ser miembro cuando todos son miembros } (d=1)\right) &= \beta - c + \gamma(1 - 1/2) \\
&= \beta - c + \gamma(1/2)
\end{aligned}$$

Por su parte

$$\pi\left(\text{no ser miembro, ser miembro}\right) = \pi\left(\text{no ser miembro cuando todos son miembros}\right)$$

En este caso, n, el numero de afiliados al sindicato, es $N-1$, por lo que $d = (N-1)/N$. Por lo tanto, $u^n = b + \gamma(1/2 - d)$ es

$$u^n = \beta\frac{N-1}{N} + \gamma(1/2 - \frac{N-1}{N})$$

Por lo tanto, ser miembro será una EEE si

$$\begin{aligned}
\beta - c + \frac{\gamma}{2} &> \beta\frac{N-1}{N} + \frac{\gamma}{2} - \gamma\frac{N-1}{N} \\
\beta - c &> \beta\frac{N-1}{N} - \gamma\frac{N-1}{N} \\
\beta\left(1 - \frac{N-1}{N}\right) - c &> -\gamma\frac{N-1}{N} \\
\beta\left(\frac{1}{N}\right) - c &> -\gamma\frac{N-1}{N}
\end{aligned}$$

En el caso en que N sea un número grande, como es el supuesto siempre en estos ejercicios, la desigualdad anterior tiende a

$$\gamma > c$$

que es el mismo resultado que se obtiene si suponemos $d = 1$.

Ser miembro es una EEE si el grado de convencionalismo es mayor que el costo de afiliarse.

Por su parte, no ser miembro será una EEE si

$$\pi\,(\text{no ser miembro, no ser miembro}) > \pi\,(\text{ser miembro, no ser miembro})$$

ó

$$\pi\,(\text{no ser miembro, no ser miembro}) = \pi\,(\text{ser miembro, no ser miembro})$$

y

$$\pi\,(\text{no ser miembro, ser miembro}) > \pi\,(\text{ser miembro, ser miembro})$$

$$\pi\,(\text{no ser miembro, no ser miembro}) = \pi\,(\text{no ser miembro cuando nadie es miembro })$$

En este caso en número de afiliados al sindicato es cero, por lo que $d = 0$, y

$$u^n = \gamma \times 1/2$$

Por su parte

$$\pi\,(\text{ser miembro, no ser miembro}) = \pi\,(\text{ser miembro cuando se el el único miembro})$$

En este caso, si seguimos suponiendo que $d = 0$, $u^m = b - c + \gamma(d - 1/2)$ queda

$$u^m = -c - \frac{\gamma}{2}$$

Por lo tanto, no ser miembro será una EEE si

$$\frac{\gamma}{2} > -c - \frac{\gamma}{2}$$

ó

$$\gamma > -c$$

Por lo tanto, siempre que exista un grado de convencionalismo positivo o cero esta desigualdad se cumplirá y no se miembro será siempre una EEE.

En suma, si $\gamma > c > 0$, ambas ser y no ser miembro serán EEE.[1]

[1] En el caso de que la población (N) no sea "grande" (d no sea igual a 1 o a 0 sino que sea igual a $1/N$), $\beta > c > \beta/N > 0$ *y* $N > 2$ se suman a las anteriores condiciones para que ambas estrategias sean EEE. Esto se puede chequear fácilmente.

2. ¿Cuál es el valor estacionario interior de d?

Hallamos el valor estacionario interior de d igualando ambas utilidades:

$$
\begin{aligned}
u^m &= \beta d - c + \gamma(d - 1/2) = \; u^n = \beta d + \gamma(1/2 - d) \\
-c + \gamma d - \gamma/2 &= \gamma/2 - \gamma d \\
2\gamma d &= \gamma + c \\
d^* &= \frac{\gamma + c}{2\gamma}
\end{aligned}
$$

3. ¿Es estable el equilibrio hallado en el punto anterior?

Para investigar la estabilidad de este equilibrio, calculamos

$$
\begin{aligned}
\frac{d\left[u^m(d^*) - u^n(d^*)\right]}{dd} &= \frac{d\left[\beta d - c + \gamma(d - 1/2) - \beta d - \gamma(1/2 - d)\right]}{dd} \text{ en } d^* \\
\frac{d\left[-c + \gamma(d - 1/2) - \gamma(1/2 - d)\right]}{dd} &= \gamma + \gamma = 2\gamma > 0 \text{ para todo } d
\end{aligned}
$$

Por consiguiente d^* es un equilibrio inestable.

4. ¿Qué aspecto de la modelización del problema tiene en cuenta o permite la posibilidad de equilibrios estables múltiples?

El aspecto de la modelización del problema que hace posible dos equilibrios estables, $d = 0$ y $d = 1$, es la existencia de un sentimiento de convencionalismo alto ($\gamma > c > 0$).

No ser miembro es siempre una EEE en caso de existencia de un grado de convencionalismo ($\gamma > 0$). Sin embargo, ser miembro puede no ser una EEE. Lo será solamente si $\gamma > c > 0$. Si este es el caso, ambos extremos ($d = 0$ y $d = 1$) serán equilibrios estables, mientras que el equilibrio interior no lo será. Esto se puede ver claramente en un gráfico, en donde, aún cuando la pendiente de u^n sea positiva (la utilidad de ser miembro aumente con d), $d = 1$ será un equilibrio estable si $\gamma > c > 0$.

5. Observe el siguiente gráfico

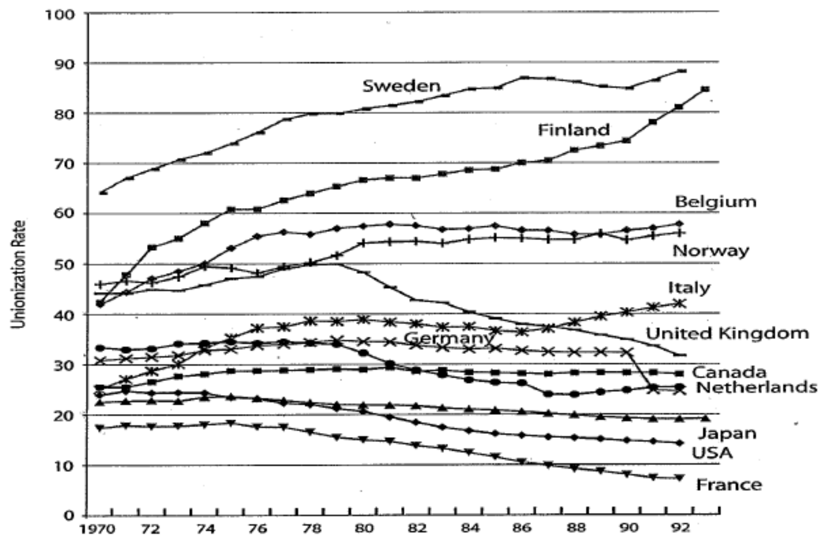


Figure A Divergent development of union densities 1970–1992. (Source: Luxembourg Income Study data set)

¿Qué puede estar explicando la evolución divergente de Italia, que arranca de un nivel de sindicalización "bajo" en 1970, y éste sube en lugar de bajar? Construya una explicación plausible dentro de este modelo.

Una explicación sencilla es que el d^* de Italia está a la izquierda de $\approx 25\%$ (el punto de partida de Italia en 1970). Como d^* aumenta con c, una explicación posible de un d^* bajo es una costo de afiliación bajo. También, como d^* baja con γ, es factible una explicación donde el grado convencionalismo es alto. Sin embargo, como d^* tiende a $0,5$ cuando $\gamma \to \infty$, y se necesita $d^* < 0,25$. Esta desigualdad se cumle cuando $-c > \gamma/2$. Lo que quiere decir que afiliarse al sindicato no sólo no tiene costo sino que está subsidiado (se recibe un ingreso o premio), o un grado de convencionalismo negativo (ser miembro entre no miebros produce utilidad, lo mismo que ser no miembro entre miembros).