Práctico N^{o}2

Fallas de Coordinación: Los Derechos de Propiedad y Las Reglas del Juego.

I.- Consumo envidioso

Considere dos personas, identificadas como Mayusculas y Minúsculas, quienes son integrantes de la misma sociedad, y cuyos niveles de consumo afectan su propia utilidad y la utilidad del otro de las siguientes maneras:

1.- Cada uno obtiene una utilidad (marginal) positiva de su propio consumo

2.- Cada uno obtiene una utilidad (marginal) negativa del consumo del otro

3.- El trabajo (propio) causa desutilidad (marginal)

4.- Cuanto más consume un individuo, mayor es la utilidad marginal del consumo para el otro.

Sean c y C los niveles de consumo, h y H las horas de trabajo expresadas en fracciones del día, u y U los niveles de utilidad obtenidos por cada uno. Puede asumir que cada uno puede vivir sin consumo (cero consumo) y con cero utilidad.

Responda todas las preguntas numeradas abajo:

1.- Restringiendo la función de utilidad. Suponga que la función de consumo de la primera persona (identificada con letra minúscula) es

$$u = a(c - bC) + gcC + dh^2$$

donde a, b, g y d son constantes. La otra persona tiene una función de utilidad análoga (en otras palabras $A = a$, $B = b$, $g = G$, y $d = D$).

1.1.- Para Minúsculas, escriba todas la derivadas de la función de utilidad numeradas en el párrafo anterior e indique qué signo debe tener cada una para concordar con la descripcion anterior (puntos 1 a 4 más arriba).

1.2.- Indique el rango de valores de las constantes de la función de utilidad que son consistentes con esas restricciones.

1.3.- Imagine una persona para quien $b = 1$. ¿Como describiría a esta persona? ¿Y a una persona para quien $b = -1$?

2.- *El Juego del Consumo Envidioso.* Para una mayor simplicidad asumiremos que el consumo se obtiene solamente a traves del trabajo, con una hora de trabajo haciendo posible una unidad de consumo (no existe el ahorro ni el intercambio). Entonces $c = h$ y $C = H$. Supongamos que el conjunto de acciones posibles es tal que cada uno puede optar entre trabajar 8 horas al día o 6 horas al día (un tercio del ía o un cuarto del día, las unidades en las cuales h y H son medidas) y $a = A = 1$, $g = G = 1$, y $d = D = -2$ y $b = B = 0.5$, y que toman esta decision en forma no cooperativa, y juegan el juego una sola vez.

2.1.- Defina qué significa decir que ambos toman sus decisiones en forma no cooperativa.

2.2.- Escriba la matriz de ganancias relevante.

2.3.- Indique todo equilibrio de Nash en la matriz de ganancia.

2.4.- Indique todo optimo de Pareto en la matriz de ganancia.

2.5.- ¿Genera este juego alguna falla de coordinación? (Defina falla de coordinación e indique si ocurre alguna en el juego)

2.6.- Si la respuesta a la pregunta anterior fue "si", explique por qué ocurre una falla de coordinación en este juego, y si la respuesta fue "no" explique por qué no ocurre.

2.7.- ¿Que clase de juego es?

3.- Funciones de mejor respuesta. Ahora asuma que el conjunto de acciones incluye todos los valores positivos de h y H desde 0 a 1. Cada individuo se enfrenta a una sola opción: cuanto consumir (o lo que es equivalente, cuantas horas trabajar), y toman esta decision en forma no cooperativa.

3.1.- ¿Qué problema de optimización debe resolver minúscula para obtener su mejor funcion de respuesta? (escríbalo)

3.2.- Obtenga la función de mejor respuesta para ambos individuos (escriba la fmr para h y H, aunque escribirla para c y C sería equivalente, obviamente)

3.3.- Explique en palabras el significado de la fmr obtenida: ¿Qué conceptos familiares se igualan en la CPO de la que se deriva la fmr?

3.4.- ¿Cuál es el efecto que el otro trabaje mas horas sobre la cantidad de horas elegidas por uno? De una expresion precisa de este efecto y determina su signo.

3.5.- Pruebe que existe un equilibrio y que éste es estable. ¿Puede decir que este equilibrio ocurre para $(h \in (0,1), H \in (0,1))$?

4.- Equilibrio de Nash

4.1.- Grafique las dos fmr anteriores para $a = A = 1$, $b = B = 0.5$, $g = G = 1$, y $d = D = -2$, e indique el equilibrio de Nash si existe alguno. (designándolos h^*y H^*)

4.2.- Suponga que $a = A = b = B = 0.5$, $g = G = 5$, y como antes $d = D = -2$. Calcule cualquier equilibrio de Nash.

5.- Optimo de Pareto

5.1.-¿Que problema de optimización (para la interaccion anterior) debe ser solucionado para derivar las condiciones marginales que definen un optimo de Pareto? Escriba el problema de optimización.

5.2.- ¿Cuales son estas condiciones marginales? Resuelva el problema y plantee las condiciones en función de los parámetros.

5.3.- Explique lo que significan estas condiciones.

5.4.- ¿Puede mostrar que los valores de Nash (h^*y H^*) no son optimos de Pareto?

6.- Soluciones cooperativas.-

Imagine que ambos se dan cuenta que pueden mejorar actuando en forma cooperativa, y se ponen de acuerdo en compartir los beneficios de la cooperacion equitativamente (puede asumir que cualquier acuerdo al que lleguen puede hacerse cumplir).

6.1.- ¿Que problema de optimización deberían resolver para determinar qué tan duro debería trabajar cada uno?

6.2.- Con los valores $a = A = 1$, $b = B = 0,5$, $g = G = 1$ y $d = D = -2$, ¿Cuánto deberían trabajar cada uno en la solución cooperativa?

6.3.- Explique por qué estos valores (llámelos h'y H') son diferentes a h^*y H^*.

7.-Soluciones gubernamentales.

Ahora asuma que ambos no pueden cooperar en determinar h y H pero pueden ponerse de acuerdo en instruir al Estado en aplicar impuestos o subsidiar sus variadas actividades (consumo y trabajo), los impuestos y subsidios siendo recolectados y distribuidos sin costo, el gobierno teniendo total conocimiento del nivel de consumo y trabajo de cada persona. Todo impuesto que sea recolectado es distribuido equitativamente en forma de una suma fija entre las dos personas. Puede asumir que ninguno de los dos sabe que la suma fija que reciben del gobierno variará con la cantidad de trabajo que ellos realicen (consideran la suma que reciben del Estado como exógena).

7.1.- Considerando sólo impuestos, ¿sobre qué variables debería el Estado aplicar el impuesto para mover el equilibrio de Nash más cerca de los valores H' y h'?

7.2.- ¿Existe algun impuesto que pueda inducir a cada persona a implementar el resultado cooperativo (aun cuando ambos esten actuando en forma no cooperativa)? Si existe, diga cual es, sino explique por qué no es posible.

II.- Vecinos

Los dueños de dos edificios linderos de apartamentos para alquilar (denotados como i y j) deciden cuánto trabajo dedicar al mantenimiento de la apariencia fisica de sus propiedades. El aumento de trabajo por parte de uno, aumenta el ingreso por alquiler de su propio edificio (la gente está dispuesta a pagar mas por un lugar bonito) y aumenta el ingresos por alquiler del otro edificio tambien (ya que mejora la apariencia del barrio entero). El aumento del esfuerzo tambien aumenta la productividad marginal del esfuerzo del vecino.

El ingreso por alquiler neto de todo costo que no sea el trabajo del dueño en la propiedad de i esta dado por

$$y^i = a + be^i + ce^ie^j$$

y el ingreso neto del dueño j esta determinado por una funcion perfectamente analoga (solo intercambia los supraindices)

La función de utilidad de los dueños refleja una utilidad marginal positiva del ingreso y una desutilidad del esfuerzo laboral.

$$u^i = y^i - g(e^i)^2$$

y analoga para el otro dueño. Para ambos dueños, $0 \leq e \leq 1$ (cuando $e = 1$ el nivel de esfuerzo es máximo)

1.-Planteando el problema

1.1.- ¿Qué restricciones matemáticas impone la descripción verbal de la interrelación entre los dos dueños, en los valores de a, b, c,y g?

1.2.- Si cada dueño optimiza su utilidad (en forma no cooperativa), ¿Que problema de optimización debe solucionar?

2.- Mejores Respuestas

2.1.- Obtenga la funcion de mejor respuesta para cada dueño, $e_i^* = e_i(e_j)$ y analogamente para j. (Puede ayudar para lo que sigue graficar las funciones).

2.2.- Imagine un cambio en la funcion de utilidad de i reflejando un aumento en la desutilidad del esfuerzo de trabajo. ¿Cual es el efecto en la eleccion del esfuerzo de trabajo por i? De una expresion precisa para este efecto.

2.3.- ¿Puede decir si un aumento en la desutilidad del esfuerzo del trabajo de i (como el descripto arriba) aumentará, disminuirá o dejará inalterado el efecto de cambios en el esfuerzo de trabajo de j sobre la elección de esfuerzo de i? Si posible, de una expresión

2.3.1.- para el efecto de cambios en el esfuerzo de trabajo de j en los niveles de esfuerzo de i, y

2.3.2.- para el efecto de un aumento en la desutilidad del trabajo de i en la tasa de respuesta del esfuerzo de i ante la eleccion de esfuerzo de j.

3.- Equilibrio de Nash.

3.1.- Defina el concepto de equilibrio de Nash.

3.2.- Obtenga una expresion para el valor del nivel de esfuerzo de ambos dueños en el equilibrio de Nash.

3.3.-Si $b = 1$, $c = 0.25$ y $g = 2$ ¿Cuales son los valores de e^i y e^jen el equilibrio de Nash recien definido?

3.4.- Suponga que los dos dueños se enamoran, y ahora los dos tratando de impresionar y ayudar al otro, encuentran trabajar en el mantenimiento de sus propiedades menos oneroso, cayendo la desutilidad marginal del esfuerzo laboral a un cuarto de lo que era en el ejemplo anterior. ¿Cual es el nuevo equilibrio de Nash considerando las demas variables incambiadas (y continuando con la condicion que ambos continuan jugando en forma no cooperativa)?

4.-Privatizacion.-

Imagine que i posee ambas propiedades, y puede emplear a j para trabajar en la segunda propiedad mientras i continua trabajando en la primera propiedad. El salario que i le ofreceria a j es tanto como el necesario para compensarlo de la desutilidad de cualquiera sea el esfuerzo laboral que i le pida a j (i establecera el salario tal que para j sea indiferente entre trabajar por ese monto o no trabajar en absoluto).(Estamos asumiendo aqui que el esfuerzo puede ser contratado).

4.1.- Escriba el problema de optimización de i.

4.2.- Usando las condiciones de primer orden del problema de optimización anterior, obtenga los valores óptimos de trabajo para i y j cuando $b = 1$, $c = 0.25$ y $g = 2$.

4.3. - Compare sus resultados con los del Equilibrio de Nash (para los mismos parametros) y explique las diferencias, si existen, o la razón por la cual no hay diferencias.

4.4.- ¿Es la solucion de privatizacion Pareto-óptima? Explique la respuesta.

4.5.- Tiene suficiente información para decir si esta solucion es Pareto - superior al equilibrio de Nash identificado anteriormente?