SOLUCIÓN PRÁCTICO 1
2011
MICROECONOMÍA I
MÁSTER DE ECONOMÍA
UNIVERSIDAD DE MONTEVIDEO
Marcelo Caffera

EJERCICIO 1 - Envidia, Altruismo y Equidad

a) Es un **DP**. El equilibrio de Nash en estrategias dominantes (Abajo, Derecha) es único, y es Pareto-inferior.

b)

	Izquierda	Derecha
Arriba	$15, 15$	$10, 14$
Abajo	$14, 10$	$12, 12$

Esta matriz transformada que describe los beneficios de los individuos cuando a estos les interesa no sólo su propio beneficio sino también el del otro (en un 50% menos que el propio), describe un **juego de la certeza**. Hay dos equilibrios de Nash [(Arriba,Izquierda) y (Abajo, Derecha)], el primero de los cuales es Pareto superior.

c)

	Izquierda	Derecha
Arriba	$0, 0$	$-8, 8$
Abajo	$8, -8$	$0, 0$

Notar que, en este caso, la estrategia "Abajo" es una estrategia dominante para el jugador fila y que la estrategia "Derecha" es una estrategia dominante para el jugador Columna. (Comprobarlo). Por lo tanto el resultado (Abajo,Derecha) es el equilibrio de Nash de este juego, el cual es Pareto óptimo, al igual que cualquiera de los cuatro resultados posibles. Dada la existencia de un equilibrio de Nash en estrategias dominantes, que es Pareto óptimo podríamos decir que es un juego del tipo de la **Mano Invisible**, a excepción de que existen otros resultados posibles en que individualmente uno de los dos jugadores podría estar mejor (esto no sucedía en el ejemplo del texto, en donde cuando uno plantaba tomates y el otro papas ambos obtenía el mayor beneficio individual posible).

d)

	Izquierda	Derecha
Arriba	$10, 10$	$0, 8$
Abajo	$8, 0$	$8, 8$

Este en un **Juego de la certeza**. Notar que hay dos resultados que son equilibrios de Nash [(Arriba, Izquierda) y (Abajo,Derecha)]. Notar también que el resultado (Arriba, Izquierda) es Pareto-superior al (Abajo, Derecha). Como todo juego de coordinación, no hay una manera de jugarlo si los jugadores no pueden saber lo que va a hacer el otro a priori. No hay una manera racional de jugarlo si es un juego no-cooperativo, por más que parezca "obvio" que el fila tiene que jugar Arriba y el Columna tiene que jugar Izquierda, y por más que en la realidad, si hacemos un experimento entre dos individuos que no se connocen ni se van a ver, pero conocen la matriz, estos muy probablemente juegan Arriba e Izquierda.

e)

	Izquierda	Derecha
Arriba	$20, 20$	$16, 16$
Abajo	$16, 16$	$16, 16$

Este es un juego que es tipo un Juego de la **Mano Invisible** en estrategias débilmente dominantes. Arriba es débilmente dominante para fila, al igual que lo es Izquierda para Columna. Éste equilibrio de Nash en estrategias (débilmente) dominantes es el único óptimo de Pareto.

Estrictamente hablando, también se podría definir como un **Juego de la Certeza.**

2. Name de Game (Cap. 1)

Beneficios:

$$\pi^A\left(e^A, e^B\right) = \alpha e^A + \beta e^B + \gamma e^A e^B$$

$$\pi^B\left(e^A, e^B\right) = \alpha e^B + \beta e^A + \gamma e^B e^A$$

Matriz de beneficios (A es el jugador fila)

	$e = 0$	$e = 1$
$e = 0$	$\pi^A(0,0) = 0, \pi^B(0,0) = 0$	$\pi^A(0,1) = \beta, \pi^B(0,1) = \alpha$
$e = 1$	$\pi^A(1,0) = \alpha, \pi^B(1,0) = \beta$	$\pi^A(1,1) = \alpha + \beta + \gamma, \pi^B(1,1) = \alpha + \beta + \gamma$

*Para que este juego sea un **DP** se tiene que dar que*

$$(1)\alpha > 0 > \alpha + \beta + \gamma > \beta$$

$$(2)\ \alpha + \beta < 0$$

*Para que sea un **Juego de la Certeza** se tiene que dar que*

$$(1)\ 0 > \alpha \text{ y } (2)\ \alpha + \beta + \gamma > \beta \text{ o lo que es lo mismo } \alpha + \gamma > 0$$

$$(3)\ 0 > \alpha + \beta + \gamma$$

Para que sea un Juego de Halcón y Paloma se tiene que dar que

$$\alpha > 0$$

$$\beta > \alpha + \beta + \gamma, \text{o lo que es lo mismo } \alpha + \gamma < 0$$

3. Monitoring and Working (Cap.1)

3.1. *Hay dos formas de resolver ésto. Una es eligiendo las probabilidades que maximizan la utilidad esperada para cada jugador, dada la probabildad del otro (o, dicho de otro modo, para cualquier probabilidad que juegue el otro).*

La otra forma de resolver esto es igualando los beneficios esperados de jugar ambas acciones para ambos jugadores. Esto obedece a que en un Equilibrio de Nash en Estrategias Mixtas, para que el empleador juegue ambas Monitorear y No Monitorear, los beneficios esperados de Monitorear tienen que ser iguales a los beneficios esperados de No Monitorear. (Teorema Fundamental de la Existencia del Equilibrio de Nash en Estrategias Mixtas). ¿Por qué deben ser iguales? Para verlo, suponga que no fuera cierto. Que el valor esperado de jugar Monitorear sea mayor al valor esperado de No Monitorear. En ese caso, el empleador podría incrementar los beneficios esperados de su estrategia mixta jugando cumplir con una probabilidad más alta. Por lo que, por contradicción, no estaríamos en una estrategia mixta óptima.

Empecemos por el primer caso. Los ***beneficios esperados del empleador*** *son:*

$$E(\pi_E) = \mu\left[(1-\sigma)(y-w-c) + \sigma(-c)\right] + (1-\mu)\left[(1-\sigma)(y-w) + \sigma(-w)\right]$$

Por su parte, los ***beneficios esperados del trabajador*** *son:*

$$E(\pi_T) = (1-\sigma)\left[\mu(w-e) + (1-\mu)(w-e)\right] + \sigma\left[\mu(0) + (1-\mu)(w)\right]$$

Si derivamos $E(\pi_E)$ con respecto a σ, e igualamos a cero:

$$\frac{\partial E(\pi_E)}{\partial \mu} = \left[(1-\sigma)(y-w-c) + \sigma(-c)\right] - \left[(1-\sigma)(y-w) + \sigma(-w)\right] = 0$$

Notar que esta condición equivale a el beneficio esperado de Monitorear (primer término entre paréntesis cuadrados) con el de No Monitorear (segundo término). Haciendo cuentas:

$$\begin{aligned} -c + \sigma w &= 0 \\ \boldsymbol{\sigma}^* &= \frac{c}{w} \end{aligned}$$

Notar que maximizando $E(\pi_E)$ con respecto a μ obtenemos σ^*, la estrategia mixta óptima del trabajador.

Similarmente, derivando $E(\pi_T)$ con respecto a μ, o igualando los beneficios esperados del trabajador de Trabajar con los de No trabajar, dada σ, obtenemos

μ^* :

$$\begin{aligned}\mu(w-e)+(1-\mu)(w-e) &= (1-\mu)(w) \\ \mu w - e &= 0 \\ \boldsymbol{\mu}^* &= \frac{e}{w}\end{aligned}$$

3.2. *En equilibrio, el trabajador No Trabaja con probabilidad c/w. Es decir que, cuanto mayor el salario, menor la probabilidad que no trabaje. Esto sucede porque un aumento marginal del salario aumenta el beneficio esperado de trabajar en* 1, *mientras que aumenta el de no trabajar en* $1-\mu<1$.

En equilibrio, la probabilidad de que el empleador opte por monitorear al trabajador es e/w. Es decir, crece con la desutilidad del esfuerzo del trabajador, e. Esto sucede porque cuanto mayor e mayor el incentivo a no trabajar (menor el beneficio esperado de trabajar).

3.3. *El Equilibrio de Nash en Estrategias Mixtas hallado es* $(\sigma^*,\mu^*)=\left(\frac{c}{w},\frac{e}{w}\right)$. *La mejor forma de ver que el EN no es estricto es evaluando el beneficio esperado del trabajador*

$$E(\pi_T)=(1-\sigma)\left[\mu(w-e)+(1-\mu)(w-e)\right]+\sigma\left[\mu(0)+(1-\mu)(w)\right]$$

cuando $\mu^*=e/w$**:**

$$\begin{aligned} & (1-\sigma)\left[\frac{e}{w}(w-e)+\left(1-\frac{e}{w}\right)(w-e)\right]+\sigma\left[\left(1-\frac{e}{w}\right)(w)\right] \\ & (1-\sigma)\left[(w-e)\right]+\sigma\left[(w-e)\right] \\ E(\pi_T) &= w-e\end{aligned}$$

En otras palabras, el trabajador obtendrá el mismo beneficio esperado adoptando cualquier $\sigma\in[0,1]$ *siempre y cuando el regulador adopte una probabilidad de monitoreo $\mu^*=e/w$. En otras palabras, $\sigma^*=c/w$ no es una mejor respuesta en términos estrictos a $\mu^*=e/w$. Es decir, el Equilibrio de Nash en Estrategias Mixtas hallado no es estricto.*

3.4 Porque es un EN. Si uno de los dos jugadores no juega con la estrategia mixta de equilibrio, sabe que el otro jugador ya no responderá con su estrategia mixta de equilibrio ya que ésta no será una mejor respuesta. Entonces, cada jugador espera que el otro responda con la estrategia del equilibrio de Nash si él hace lo propio. Es un equilibrio por convención.