MICROECONOMÍA I
MASTER EN ECONOMÍA
UNIVERSIDAD DE MONTEVIDEO

PARCIAL 2009

Ejercicio 1: 50 y 50

Una madre tiene hijas mellizas que viven en ciudades diferentes. Le dice a cada una que diga una cifra en dólares como regalo de cumpleaños, y que si la suma de ambas no excede 100 dólares, cada una va a obtener lo pedido. En caso contrario, ambas obtienen cero.

(a) Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras de este juego.

Una porción de la matriz de beneficios se muestra a continuación:

					Cantidad Pedida por Melliza 2		
Cantidad Pedida por Melliza 1	0	1	2	.	98	99	100
0	$0,0$	$0,1$	$0,2$	.	$0,98$	$0,99$	$\mathbf{0,100}$
1	$1,0$	$1,1$	$1,2$	.	$1,98$	$\mathbf{1,99}$	$0,0$
2	$2,0$	$2,1$	$2,2$	.	$\mathbf{2,98}$	$0,0$	$0,0$
.	.	.	.	.	$0,0$	$0,0$	$0,0$
98	.	.	.	.	$0,0$	$0,0$	$0,0$
99	$99,0$	$\mathbf{99,1}$	$0,0$	$0,0$	$0,0$	$0,0$	$0,0$
100	$\mathbf{100,0}$	$0,0$	$0,0$	$0,0$	$0,0$	$0,0$	$0,0$

Es facil ver que los equilibrios de Nash están en la diagonal (en negrita).

(b) ¿Qué cree que harán las mellizas asumiendo que no se pueden comunicar entre sí? ¿Por qué?

Pedir 50 porque es justo. (También pedirán 50 si cada una le asigna idéntica probabilidad (1/101) a todos los posibles valores que pueda pedir la otra $(0, 1, ..., 100)$. En este caso, pedir 50 es la estrategia con mayor beneficio esperado).

(c) Suponga que los miembros de una población grande fueran a jugar una serie de veces este juego, mediante la formación aleatoria de parejas en cada ronda. Muestre que la división $50/50$ es la única estrategia evolutivamente estable en estrategias puras.

Pedir 50 es una EEE si $\pi(50,50) > \pi(x,50)$, ó $\pi(50,50) = \pi(x,50)$ pero $\pi(50,x) > \pi(x,x)$, donde x es cualquier otra cifra entre 0 y 100, distinta a 50.

$$\pi(50,50) = 50$$

$$\pi(x,50) = \begin{pmatrix} x, \text{ si } x \leq 49 \\ 0, \text{ en cualquier otro caso} \end{pmatrix}$$

Por ende, 50 es una mejor respuesta contra sí mismo, es una EEE.

(d) ¿Explica esto el rompecabezas de por qué el contrato de aparcería más común en el mundo tiende a ser $50/50$? ¿Por qué o por qué no?

No necesariamente. El hecho de que 50 sea una EEE no explica cómo se llegó a eso. Una explicación plausible es que agricultores y terratenientes a lo largo del mundo han llegado a ese contrato por considerarlo una división justa, pero esto no explica por qué esta división justa se mantiene. Esto requiere que los intentos de los terratenientes de apoderarse de una participación mayor, sobre todo el caso de las tierras más productivas (donde el incremento absoluto en el beneficio de los agricultores se debe a la mejor tierra y no a su mayor esfuerzo) sean impedidos por una amenaza de represalia creible por parte de los agricultores. Si esto es cierto, la predisposición a la justicia o equidad, así como una predispocición a castigar a aquellos que infringen las normas sociales serían las razones por las cuales observamos el contrato $50/50$ como el más común.

Ejercicio 2: Consumo Conspicuo

Considere dos personas, identificadas como Mayusculas y Minúsculas, quienes son integrantes de la misma sociedad, y cuyos niveles de consumo afectan su propia utilidad y la utilidad del otro de las siguientes maneras:

1.- Cada uno obtiene una utilidad (marginal) positiva de su propio consumo

2.- Cada uno obtiene una utilidad (marginal) negativa del consumo del otro

3.- El trabajo (propio) causa desutilidad (marginal)

4.- Cuanto más consume un individuo, mayor es la utilidad marginal del consumo para el otro.

Suponga que la función de consumo de la primera persona (identificada con letra minúscula) es

$$u = a(c - bC) + gcC + dh^2$$

donde a, b, g y d son constantes, c y C los niveles de consumo, h y H las horas de trabajo expresadas en fracciones del día, u y U los niveles de utilidad obtenidos por cada uno. La otra persona tiene una función de utilidad análoga.

(a) Indique el rango de valores de las constantes de la función de utilidad que son consistentes con la descripcion anterior (puntos 1 a 4 más arriba)

1.- "Cada uno obtiene una utilidad marginal positiva de su propio consumo": $u_c > 0; U_C > 0$. Para el caso de minúsculas, $u_c = a + gC > 0$.

2.- "Cada uno obtiene una utilidad marginal negativa del consumo del otro": $u_C < 0; U_c < 0$. Para minúsculas, $u_C = -ab + gc < 0$

3.- Desutilidad del trabajo: $u_h < 0; U_H < 0$.Para minúsculas, $u_c = 2dh < 0$.

4.- "Cuanto más consume un individuo, mayor es la utilidad marginal del consumo para el otro": $\frac{\partial u_c}{\partial C} > 0$; $\frac{\partial U_C}{\partial c} > 0$, $\partial(\partial u/\partial c)/\partial C = g > 0$.

Rangos de valores:

De 4. : $g > 0$.

De 3. : $2dh < 0$, y como $h > 0$, entonces $d < 0$

De 1. : $a + gC > 0$, y como $C > 0$ y $g > 0$, entonces $gC > -a$

De 2. : $-ab + gc < 0$, como $g > 0$, $c > 0$, entonces $ab > gc > 0$, o $b > gc/a$

Por simplicidad asumiremos que el consumo se obtiene solamente a traves del trabajo, con una hora de trabajo haciendo posible una unidad de consumo (no existe el ahorro ni el intercambio). Entonces $c = h$ y $C = H$. Asuma que el conjunto de acciones incluye todos los valores positivos de h y H desde 0 a 1. Cada individuo se enfrenta a una sola opción: cuanto consumir (o lo que es equivalente, cuantas horas trabajar), y toman esta decision en forma no cooperativa.

(b) Halle el Equilibrio de Nash. Derive la condición de estabilidad de este EN. ¿Cuál es el equilibrio de este juego cuando se cumplen las condiciones de estabilidad?

Problema de optimizacion para minúsculas:

$$\max_{h=c}\ u = a(h - bH) + ghH + dh^2$$

CPO:

$$\partial u/\partial h = a + gH + 2dh = 0$$

fmr:

$$h(H) = -1/2d(a + gH) = -a/2d - gH/2d$$

Mayuscula...

$$H(h) = -1/2D(A + Gh) = -A/2D - Gh/2D) = -a/2d - gh/2d$$

El equilibrio de Nash lo hallo sustituyendo $H(h)$ en $h(H)$

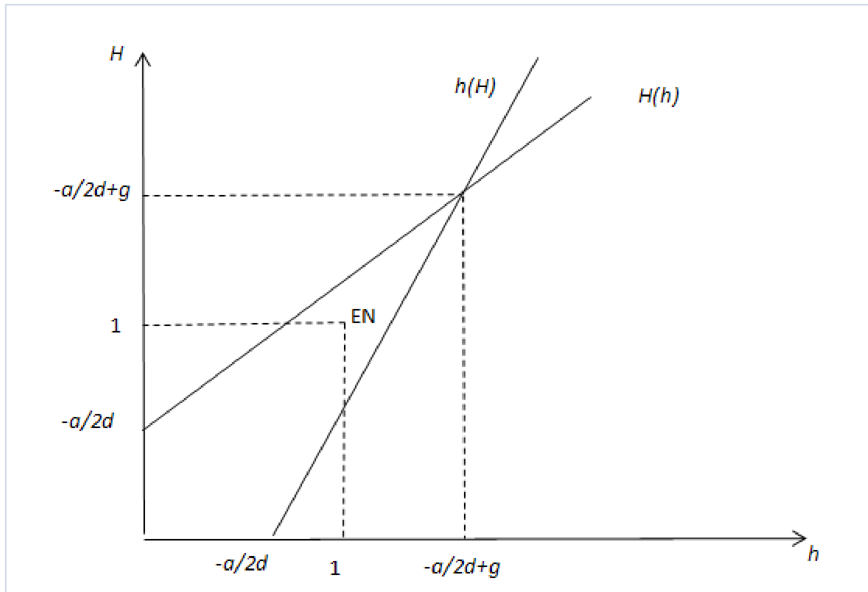
$$h(H) = -a/2d - g\left[H(h)\right]/2d$$

$$2dh(H) = -a - gH(h)$$

$$\begin{aligned}
2dh &= -a - g\left[-a/2d - gh/2d\right] \\
(2d)^2 h &= -a2d + ag + g^2 h \\
h\left[(2d)^2 - g^2\right] &= -a\left(2d - g\right) \\
h^N &= -\frac{a\left(2d - g\right)}{\left[(2d)^2 - g^2\right]} = -\frac{a}{2d + g} = H^N
\end{aligned}$$

porque el equilibrio es simétrico.

Estabilidad: la pendiente de $h(H)$ es $-g/2d > 0$, que es igual a la de $H(h)$. En ese caso dos cosas pueden pasar, a) que las dos fmr encuentren un equilibrio en cierto punto donde $h > 0, H > 0$, o b) que no exista equilibrio (son paralelas). Para que estemos en el caso a), lo que puede ser provado mostrando que la pendiente de $H(h)$ es menor a 1. (Y la de $h^{-1}(H) > 1$). $H'(h) = -g/2d > 0$ porque $g > 0$ y $d < 0$. Ahora, $H'(h) < 1 \Leftrightarrow g < -2d$, o lo que es lo mismo,



$0 > 2d + g$. Si esta condición se cumple, dado que la pendiente de $h^{-1}(H)$ es más alta que la de $H(h)$, cualquier proceso ajuste lleva los niveles de h y H a los de equilibrio de Nash (la intersección de ambas rectas), a una tasa decreciente.

Notar sin embargo que si se cumple la condición de estabilidad del equilibrio derivada más arriba ($0 > 2d + g$), no se puede cumplir que $0 < -a < 2d + g$, la condición para h^N y H^N estén entre 0 y 1. Por lo que ambas condiciones no se cumplen al mismo tiempo. El equilibrio puede ser estable, pero no estar entre 0 y 1, o viceversa. En el caso que se cumpla la condición de estabilidad, no se cumplirá la condición para que h^N y H^N estén entre 0 y 1, la solución será de esquina $h^N = H^N = 1$.

Gráficamente:

(c) Derive las condiciones marginales que definen un optimo de Pareto. Explique lo que significan estas condiciones.

Maximizando la utilidad de un individuo sujeto a un determinado nivel de la utilidad del otro:

$$\begin{aligned} \max_{h,H,\lambda} u &= u(h,H) \text{ s.a. } U = \overline{U} \\ \text{Lagrange:} \quad & a(h-bH) + ghH + dh^2 - \lambda\left[\overline{U} - a(H-bh) - ghH - dH^2\right] \end{aligned}$$

CPO para una solución interior:

$$\begin{aligned}
1)\frac{\partial L}{\partial h} &= (a+gH)+2dh+\lambda\,(-ab+gH)=0 \\
2)\frac{\partial L}{\partial H} &= (-ab+gh)+\lambda\,(a+gh+2dH)=0 \\
3)\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 0
\end{aligned}$$

De 1) y 2)

$$\begin{aligned}
(a+gH)+2dh &= -\lambda\,(-ab+gH) \\
(-ab+gh) &= -\lambda\,(a+gh+2dH)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{(a+gH)+2dh}{(-ab+gh)} &= \frac{(-ab+gH)}{(a+gh+2dH)} \\
\frac{(a+gC)+2dh}{(-ab+gh)} &= \frac{(-ab+gH)}{(a+gc)+2dH}
\end{aligned}$$

La RMS neta entre el consumo (o esfuerzo) de Min y el de May se igualan para ambos individuos.

(d) Demuestre que los valores de Nash (h^N y H^N) son mayores los óptimos de Pareto

$$h^N = \frac{-(a+gH)}{2d}$$

$$h^{OP} = \frac{-(a+gH)}{2d} - \frac{\lambda}{2d}(-ab+gH)$$

O sea,

$$h^{OP} = h^N - \frac{\lambda}{2d}(-ab+gH)$$

Dado que

$$\begin{aligned}
(-ab+gH) &< 0,\ 2d<0 \text{ y } \lambda>0 \\
h^N &> h^{OP}
\end{aligned}$$

. Como

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial h} &< 0, \\
u^N &< u^{OP}
\end{aligned}$$

(e) ¿Existe algun impuesto que pueda implementar el resultado cooperativo (maximización de la suma de las utilidades) cuando cada

persona actua en forma no cooperativa? Si existe, diga cual es, sino explique por qué no es posible.

Cuando ambos individuos maximizan la suma de sus funciones de utilidad,

$$\max_{(h,H)} Utotal = a(h - bH) + ghH + dh^2 + a(H - bh) + ghH + dH^2$$

CPO

$$\begin{aligned} \frac{\partial Utotal}{\partial h} &= a + gH + 2dh - ab + gH = 0 \\ \frac{\partial Utot}{\partial H} &= -ab + gh + a + gh + 2dH = 0 \end{aligned}$$

De donde salen $h^{COOP}(H)$ y $H^{COOP}(h)$.

Como el origen de la falla de coordinación está en la interdependencia de los consumos, el impuesto debe ser fijado sobre los niveles de consumo c, C, o h, H, si asumimos $c = h$. Siendo el impuesto τ, la función de utilidad de Min es ahora

$$a(h - bH) + ghH + dh^2 - \tau h$$

La CPO de este problema es: $\frac{\partial u}{\partial h} = a + gH + 2dh - \tau = 0$

En el óptimo se debe cumplir: $\frac{\partial u}{\partial h} = a + gH + 2dh - ab + gH = 0$

Es fácil ver que el impuesto debe fijarse en

$$\tau = ab - gH^{COOP}$$