MICROECONOMÍA I
MASTER ENE CONOMÍA
UNIVERSIDAD DE MONTEVIDEO

PARCIAL 2011

Hola. El examen dura hasta la hora de finalización de la clase (11:15 am). No pueden pedir prórroga. Estoy evaluando estudio a través de la velocidad también. Si existe algo en la letra que no entienden, hagan el supuesto que entiendan necesario para seguir y sigan. Pero piensen primero; no debería existir ninguna necesidad de hacer supuestos a no ser que me haya equivocado en la letra. Suerte. Nos vemos el martes 22. Marcelo.

Ejercicio 1

1. **¿Debe una estrategia evolutivamente estable ser un equilibrio de Nash? ¿Son todos los equilibrios de Nash estrategias evolutivamente estables?**

Un comportamiento y es una EEE si $b_x(\varepsilon) - b_y(\varepsilon) < 0$, lo que para ε arbitrariamente pequeños sucede cuando

$$[\pi(y, y)] > [\pi(x, y)]$$

ó

$$\pi(y, y) = \pi(x, y) \text{ pero } \pi(y, x) > \pi(x, x)$$

Una EEE es una mejor respuesta contra si misma ó, si es una mejor respuesta contra sí misma en términos débiles, la otra no es una mejor respuesta contra sí misma. Por ende cualquier EEE será un equilibrio de Nash simétrico que es estable asintóticamente.

Sin embargo, no todos los equilibrios de Nash son EEE. La estrategia y puede ser una EEE si ó

$$\pi(y, y) = \pi(x, y) \text{ pero } \pi(y, x) > \pi(x, x)$$

Pero también puede darse el caso que ó

$$\pi(y, y) = \pi(x, y) \text{ pero } \pi(y, x) < \pi(x, x)$$

En este caso, y es una mejor respuesta contra sí misma en términos no estrictos ((y, y) es un equilibrio de Nash no estricto), sin embargo y no es una EEE.

2. (a) **Escriba la matriz de beneficios de un juego del dilema del prisionero jugado por dos individuos solamente interesados en su propio beneficio. El beneficio para ambos cuando ambos cooperan es b, cuando ambos no cooperan es c, cuando uno coopera y otro no coopera, el que coopera gana d y el que no coopera gana a. Por último, $a > b > c > d$.**

Matriz de pagos para el dilema de prisionero estándar

	Cooperar	No cooperar
Cooperar	(b, b)	(d, a)
No cooperar	(a, d)	(c, c)

b. **Ahora suponga dos individuos con la función de utilidad propuesta por Fehr y Schmidt:**

$$U_i = \pi_i - \delta_i \max(\pi_j - \pi_i, 0) - \alpha_i \max(\pi_i - \pi_j, 0)$$

donde π_i y π_j son los beneficios materiales individuales, $\delta_i \geq \alpha_i$ para i y j, y $\alpha_i \in [0, 1]$ para ambos jugadores. Escriba la matriz de beneficios de un juego del dilema del prisionero jugado por dos individuos con esta función de utilidad.

	Cooperar	No cooperar
Cooperar	(b, b)	$(d - \delta(a - d), a - \alpha(a - d))$
No cooperar	$(a - \alpha(a - d), d - \delta(a - d))$	(c, c)

c. **¿Qué tan grande tiene que ser la desutilidad que experimenta por la inequidad a su favor (α) para que un jugador que sabe que el otro va a cooperar, coopere? De la condición que tiene que cumplir el parámetro α para que cooperar sea una mejor respuesta a cooperar en este caso.**

Para que cooperar sea una mejor respuesta a cooperar en este caso: $b > a - \alpha(a - d)$. Por lo que

$$\begin{aligned} \alpha(a - d) &> a - b > 0 \\ \alpha &> \frac{a - b}{a - d} \end{aligned}$$

d. **Si se cumple esta desigualdad, ¿en qué tipo de juego se transforma el dilema del prisionero original? ¿Por qué?**

Si se cumple esta desigualdad, cooperar es una mejor respuesta a cooperar y no cooperar es una mejor respues a no cooperar. Para ver esto último, vemos que esto es cierto si $c > d - \delta(a - d)$, ó

$$\delta > \frac{d - c}{a - d}$$

Esta desigualdad se cumple siempre ya que con los supuestos hechos ($a > b > c > d$), $\frac{d-c}{a-d} < 0$, mientras que hemos supuesto que $\delta_i \geq \alpha_i$ **para** i **y** j, **y** $\alpha_i \in [0, 1]$. Por lo tanto, el juego del dilema del prisionero jugado por dos individuos con estas preferencias se transforma en un juego de la certeza.

e. **¿Cuál es el valor de $p^* \in (0, 1)$ tal que si Fila cree que Columna va a no cooperar con probabilidad menor a p^*, entonces su mejor respuesta es cooperar?**

Si p es la probabilidad con la que Fila cree que Columna va a no cooperar, entonces el beneficio esperado de cooperar para Fila es:

$$b_c(p) = (1-p) \times b + p \times (d - \delta(a-d))$$

mientras que el beneficio esperado de no cooperar es

$$b_{nc}(p) = (1-p) \times (a - \alpha(a-d)) + p \times c$$

Para que Fila coopere tiene que creer que Columna va a no cooperar con una probabilidad menor a p^*, donde p^* es la p que hace $b_c(p) = b_{nc}(p)$. O sea:

$$(1-p) \times b + p \times (d - \delta(a-d)) = (1-p) \times (a - \alpha(a-d)) + p \times c$$

De aquí sale que

$$p^* = \frac{-a+b+\alpha\,(a-d)}{-a+b+c-d+\alpha\,(a-d)+\delta\,(a-d)},$$

asumiendo que $a - b - c + d - a\alpha - a\delta + d\alpha + d\delta \neq 0$

f. **Muestre que** $dp^*/d\alpha > 0$ **mientras que** $dp^*/d\delta < 0$.

$$\begin{aligned}
\frac{dp^*}{d\alpha} &= \frac{(a-d) \times (-a+b+c-d+\alpha\,(a-d)+\delta\,(a-d)) - (-a+b+\alpha\,(a-d)) \times (a-d)}{(-a+b+c-d+\alpha\,(a-d)+\delta\,(a-d))^2} \\
&= \frac{(a-d) \times (c-d+\delta\,(a-d))}{(-a+b+c-d+\alpha\,(a-d)+\delta\,(a-d))^2} > 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dp^*}{d\delta} &= \frac{(a-b-\alpha\,(a-d)) \times (a-d)}{(-a+b+c-d+\alpha\,(a-d)+\delta\,(a-d))^2} < 0 \Leftrightarrow (a-b-\alpha\,(a-d)) \times (a-d) < 0 \\
&\Leftrightarrow (a-b-\alpha\,(a-d)) < 0 \\
&\Leftrightarrow \frac{a-b}{a-d} < \alpha
\end{aligned}$$

que es precisamente la misma condición con la que el juego se tranforma en un juego de aseguramiento (punto c). Por lo tanto, hemos demostrado lo que queríamos demostrar. Que cuanto mayor la aversión a la inequidad a favor, mayor el valor mínimo que un jugador le debe asignar a la probabilidad que el otro juegue no cooperar, para jugar no cooperar el mismo. Y cuanto mayor la aversión a inequidad en su contra, menor este valor. En otras palabras, cuanto mayor la aversión a la inequidad a favor, más probable es que el individuo coopere. Y cuanto mayor la aversión a la inequidad en su contra, menos probable.

g. **Si esta interacción tuviera lugar entre jugadores pareados aleatoreamente en un escenario evolutivo del tipo de los vistos en clase, ¿un aumento en la desutilidad de qué tipo de inequidad aumenta la base de atracción del equilibrio mutuamente cooperativo; un aumento en la desutilidad a favor de uno (α) o a favor del otro (δ)?**

Como se desprende del punto anterior, es un aumento en la desutilidad a favor de uno (α) la que aumenta la base de atracción del equilibrio mutuamente cooperativo.

Ejercicio 2

Considere dos personas, identificadas como Mayúsculas y Minúsculas, quienes son integrantes de la misma sociedad, y cuyos niveles de consumo afectan su propia utilidad y la utilidad del otro. Sean c y C los niveles de consumo, h y H las horas de trabajo expresadas en fracciones del día, u y U los niveles de utilidad obtenidos por cada uno. Puede asumir que cada uno puede vivir sin consumo (cero consumo) y con cero utilidad. La función de consumo de la primera persona (identificada con letra minúscula) es

$$u = a(c - bC) + gcC + dh^2$$

donde a, b, g y d son constantes, tal que $d < 0, g > 0$. La otra persona tiene una función de utilidad análoga (en otras palabras $A = a$, $B = b$, $g = G$, y $d = D$). Para una mayor simplicidad asumiremos que el consumo se obtiene solamente a través del trabajo, con una hora de trabajo haciendo posible una unidad de consumo (no existe el ahorro ni el intercambio). Entonces $c = h$ y $C = H$. Asuma que el conjunto de acciones incluye todos los valores positivos de h y H desde 0 a 1. Cada individuo se enfrenta a una sola opción: cuanto consumir (o lo que es equivalente, cuantas horas trabajar), y toman esta decisión en forma no cooperativa.

1. **Obtenga la función de mejor respuesta para ambos individuos (escriba la función de mejor respuesta para h y H, aunque escribirla para c y C sería equivalente, obviamente).**

Problema de optimizacion:

$$\max_{h=c} \ u = a(h - bH) + ghH + dh^2$$

CPO:

$$\partial u/\partial h = a + gH + 2dh = 0$$

Minuscula...

$$h(H) = -1/2d(a + gH) = -a/2d - gH/2d$$

Mayuscula..

$$H(h) = -1/2D(A + Gh) = -A/2D - Gh/2D) = -a/2d - gh/2d$$

2. **¿Cuál es el efecto que el otro trabaje más horas sobre la cantidad de horas elegidas por uno? De una expresion precisa de este efecto y determina su signo.**

$$\partial h(H)/\partial H = -g/2d = h_H.$$

Como $h > 0$ y $g > 0 \Rightarrow h_H > 0$, Un incremento en las horas trabajadas por el otro incrementa las de uno. Las estrategias son complementarias. De lo contrario son sustitutas.

3. **Halle el Equilibrio de Nash. Derive la condición de estabilidad de este EN. ¿Cuál es el equilibrio de este juego cuando se cumplen las condiciones de estabilidad?**

El equilibrio de Nash lo hallo sustituyendo $H(h)$ en $h(H)$

$$h(H) = -a/2d - g\left[H(h)\right]/2d$$

$$2dh(H) = -a - gH(h)$$

$$\begin{aligned}
2dh &= -a - g\left[-a/2d - gh/2d\right] \\
(2d)^2 h &= -a2d + ag + g^2 h \\
h\left[(2d)^2 - g^2\right] &= -a\left(2d - g\right) \\
h^N &= -\frac{a\left(2d - g\right)}{\left[(2d)^2 - g^2\right]} = -\frac{a\left(2d - g\right)}{\left[(2d - g)^2 + 2g(2d - g)\right]} \\
&= -\frac{a\left(2d - g\right)}{(2d - g)\left[2d + g\right)\right]} = -\frac{a}{2d + g} = H^N
\end{aligned}$$

El mismo resultado se obtiene sustituyendo H por h en la fmr porque el equilibrio es simétrico.

Ajuste fuera de equilibrio:

Suponiendo que son estrategias complementarias (las funciones de respuesta tienen pendiente positiva, se trata un juego de consumo conspicuo), es fácil ver graficamente que la estabilidad del EN requiere que la pendiente de $H(h)$ sea menor a 1. (Y la de $h^{-1}(H) > 1$). Esto requiere que $H'(h) = -g/2d > 0$ (porque $g > 0$ y $d < 0$). Ahora, $H'(h) < 1 \Leftrightarrow g < -2d$, o lo que es lo mismo, $0 > 2d + g$. Si esta condición se cumple, dado que la pendiente de $h^{-1}(H)$ es más alta que la de $H(h)$, cualquier proceso ajuste lleva los niveles de h y H a los de equilibrio de Nash (la instersección de ambas rectas), a una tasa decreciente.

4. **Grafique las dos fmr anteriores para $a = A = 1$, $b = B = 0.5$, $g = G = 1$, y $d = D = -2$, e indique el equilibrio de Nash si existe alguno. (Designándolos h^*y H^*)**

Con los valores de los parámetros, esta función me queda

$$h(H) = \frac{1}{4} + \frac{H}{4}$$

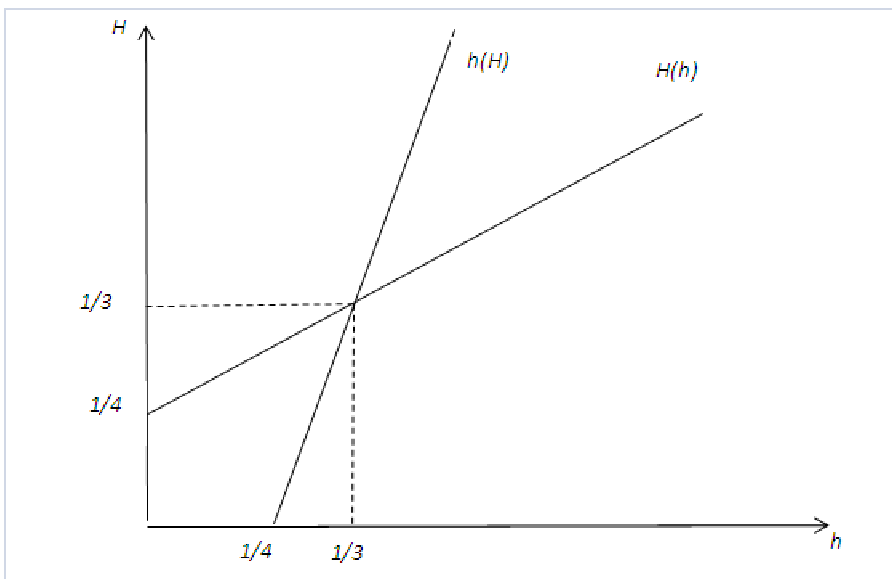
Similarmente

$$H(h) = 1/4 + h/4$$

Para hallar el equilibrio:

$$\begin{aligned} h^*(H) &= 1/4 + 1/4\,(1/4 + h/4) \\ &= 1/4 + 1/16 + h/16 \\ h^* &= 1/3 \\ H^* &= 1/3 \end{aligned}$$

La situación se ilustra en el siguiente gráfico:



5. **Demuestre que los valores de Nash (h^Ny H^N) son mayores a los óptimos de Pareto.**

Óptimo de Pareto:

$$\max_{h,H}\ u + \ U = \ (h - 0.5H) + hH - 2h^2 + (H - 0.5h) + hH - 2H^2$$

CPO para una solución interior:

$$\begin{aligned} 1)\frac{\partial}{\partial h} &= 1 + H - 4h - 0.5 + H = 0 \\ 2)\frac{\partial}{\partial H} &= 1 + h - 4H - 0.5 + h = 0 \end{aligned}$$

$$h^{OP} = 1/4$$

$$h^N = 1/3$$

O sea,

$$h^N > h^{OP}$$

6. **Imagine que ambos se dan cuenta que pueden mejorar actuando en forma cooperativa, y se ponen de acuerdo en compartir los beneficios de la cooperación equitativamente (puede asumir que cualquier acuerdo al que lleguen puede hacerse cumplir). Con los valores $a = A = 1$, $b = B = 0,5$, $g = G = 1$ y $d = D = -2$, ¿Cuánto deberían trabajar cada uno en la solución cooperativa?**

Cada uno debería trabajar 1/4 que es la cantidad de trabajo que maximiza la suma de las utilidades.

7. **Ahora asuma que ambos no pueden cooperar en determinar h y H pero pueden ponerse de acuerdo en instruir al Estado en aplicar impuestos o subsidiar sus variadas actividades (consumo y trabajo), los impuestos y subsidios siendo recolectados y distribuidos sin costo, el gobierno teniendo total conocimiento del nivel de consumo y trabajo de cada persona. Todo impuesto que sea recolectado es distribuido equitativamente en forma de una suma fija entre las dos personas. Puede asumir que ninguno de los dos sabe que la suma fija que reciben del gobierno variará con la cantidad de trabajo que ellos realicen (consideran la suma que reciben del Estado como exógena). ¿Existe algún impuesto que pueda inducir a cada persona a implementar el resultado cooperativo (aun cuando ambos estén actuando en forma no cooperativa)? Si existe, diga cuál es, sino explique por qué no es posible.**

La función de utilidad de Min es ahora

$$h - 0.5H + hH - 2h^2 - \tau h$$

donde τ es el impuesto
La CPO de este problema es:

$$\frac{\partial u}{\partial h} = 1 + H - 4h - \tau = 0$$

En el óptimo se debe cumplir:

$$\frac{\partial u}{\partial h} = 1 + H - 4h - 0.5 + H = 0$$

Es fácil ver que el impuesto debe fijarse en

$$\tau = 0.5 - H^{COOP}$$