EXAMEN MICROECONOMÍA I

Master Economía
Universidad de Montevideo

Agosto 2006

EJERCICIO 1 - Antes que pelear mejor me cambio

Considere un juego repetido entre una firma y un consumidor, en el cual la calidad del producto no puede ser contratada y puede ser verificada sólo al consumir el producto. Más específicamente, suponga que la firma produce jabón para lavar la ropa. Como la gente tiene diferente ropa, diferentes lavarropas y diferente susceptibilidad de piel a los jabones, el consumidor no puede basarse en la reputación de la firma para inducir la calidad con certeza. Más aún, demandar a la firma por daños es costoso y por ende nadie lo hace. La idea del ejercicio es ver cómo puede asegurarse la calidad alta cuando ésta solo puede ser verificada comprando el producto y cuando, a su vez, no hay manera de ser compensado por ser dañado por un jabón de calidad baja.

Suponga que el costo para la firma de producir un litro de jabón de calidad q es $b(q)$, donde $b(0) > 0$ y $b'(q) > 0$ para $q \geq 0$. Cada consumidor es cliente de un oferente específico y compra un litro de jabón por período al precio p. Si el jabón no lo satisface el cliente se cambia a otro oferente sin costo. Suponga que la probabilidad de que esto suceda viene dada por la función decreciente $f(q)$. Asuma un horizonte temporal infinito con la tasa de descuento ρ.

(a) Considerando que ambos el costo y el ingreso se dan al final del período, derive una expresión del valor $v(q)$ que tiene para la firma el tener un cliente.

$$v(q) = \frac{[p - b(q)] + [1 - f(q)]\, v(q) + f(q) \times 0}{(1 + \rho)}$$

$$v(q) = \frac{[p - b(q)]}{(f(q) + \rho)}$$

(b) Suponga que el precio p es fijado por el mercado competitivo, por ende es exógeno para la firma. Derive la condición que muestra cómo la firma elije q.

La firma igualará $v‘(q)$ a cero.

$$\begin{aligned} v‘(q) &= \frac{-b'(q)\,(f(q) + \rho) - [p - b(q)]\, f'(q)}{(f(q) + \rho)^2} = 0 \\ &= -b'(q) - v(q) f'(q) = 0 \\ -b'(q) &= v(q) f'(q) \end{aligned}$$

La firma determinará la calidad del jabón igualando el costo marginal de la calidad $b'(q)$ al beneficio marginal esperado de la calidad $v(q)f'(q)$.

(c) Con estos supuestos, ¿puede demostrar que la calidad es una función creciente del precio? Si no puede, ¿qué condiciones adicionales deben cumplirse para que esto suceda?

$$-b'(q^*(p)) \equiv v(q^*(p);p)f'(q^*(p))$$

Derivando con respecto a p

$$-b''(q^*(p))\times\frac{dq^*}{dp} \equiv \left[v_q(q^*(p);p) \times \frac{dq^*}{dp} + v_p(q^*(p);p)\right] f'(q^*(p))+v(q^*(p);p)\times f''(q^*(p))\times\frac{dq^*}{dp}$$

$$\frac{dq^*}{dp} = \frac{v_p f'(q^*(p))}{[-b''(q^*(p)) - v_q(q^*(p);p) \times f'(q^*(p)) - v(q^*(p);p) \times f''(q^*(p))]}$$

$$\frac{dq^*}{dp} = \frac{v_p f'(q^*(p))}{[-b''(q^*(p)) - v(q^*(p);p) \times f''(q^*(p))]}$$

ya que $v_q(q^*(p);p) = 0$ por definicion de $q^*(p)$. Es facil ver que $v_p f'(q^*(p)) <$ 0. Por lo tanto, necesitamos probar que el signo del denominador es tambien negativo. El termino $-b''(q) < 0 \Leftrightarrow b''(q) > 0$. (costos marginales crecientes). Por su parte $v(q^*(p);p) > 0$, por lo que necesitamos que $f''(q^*(p))$ sea positiva (la probabilidad de perder el cliente disminuye a tasas decrecientes) para que el denominador sea positivo. Por ende,

$$\frac{dq^*}{dp} = \frac{v_p f'(q^*(p))}{[-b''(q^*(p)) - v(q^*(p);p) \times f''(q^*(p))]} > 0 \Leftrightarrow b''(q^*(p)) > 0 \text{ y } f''(q^*(p)) > 0$$

Los supuestos que necesitamos son costos marginales crecientes y probabilidad decreciente a tasas decrecientes. Estas condiciones en realidad eran las necesarias para que estemos en un máximo.

(d) ¿Quién está del lado corto del mercado, la firma o el consumidor? ¿Quién es el principal y quién es el agente? ¿Quién tiene el dinero? ¿Cuál es la relación entre estar de un lado u otro del mercado, ser agente o principal y tener o no el dinero?

En este ejemplo el que est'a del lado corto es el consumidor. El puede elegir otra empresa a quien comprarle el jabón si éste no le satisface. Es tambien el principal, ya que el consumidor "contrata" a la empresa para que esta le suministre jabón a cierta calidad "amenazándola" con dejarle de comprar si la calidad no es la adecuada. Obviamente es el consumidor el que tiene el dinero en este intercambio. Él es el comprador. Se puede ver que el que tiene el dinero es el que está del lado corto y es el principal ("el dinero confiere poder" justamente porque posiciona al que lo tiene en el lado corto del mercado).

EJERCICIO 2 - Competencia Fiscal

Considere dos países, Mínúsculas y Mayusculás, cuyos gobiernos eligen un nivel de impuestos. El problema que tienen ambos países es que el nivel de empleo depende del stock de capital y, siendo movible entre ambos países, éste último varía inversamente con el nivel de los impuestos. Los niveles de impuestos en cada país, t y T, son fijados como una fracción del ingreso producido en cada país y varían entre 0 y 1. El ingreso producido en cada país (y e Y) es el producto entre un nivel exógeno de productividad (q y Q) y el nivel de empleo (n y N). Esto es $Y = QN$ e $y = qn$. El gasto público (o recaudación) en cada país es entonces $g = tqn$ y $G = TQN$. Cada país desea elegir el nivel de impuestos que maximiza este gasto/recaudación. El nivel de empleo en Minúsculas depende del nivel de impuestos de acuerdo a la siguiente ecuación

$$n = \underline{n}\left(1 + m\left(T - t\right) - rt\right)$$

donde $\underline{n}, r$ y m son constantes positivas, la última de las cuales refleja el grado de apertura de la economía. La ecuación para Mayúsculas es análoga.

(a) Asumiendo que $0 < m < \infty$, derive las funciones de mejores respuestas de ambos países y grafíquelas.

Mínúsculas resuelve el siguiente problema:

$$\max_t g = tqn = tq\underline{n}\left(1 + m\left(T - t\right) - rt\right) = q\underline{n}\left(t + tmT - \left(m + r\right)t^2\right)$$

La CPO de este problema es

$$\frac{\partial g}{\partial t} = 1 + mT - 2(m + r)t = 0$$

de donde sale que la fmr de Minúsculas es

$$t(T) = \frac{1 + mT}{2(m + r)}$$

Por su parte, *Mayúsculas resuelve el siguiente problema:*

$$\max_T G = TQN = TQ\underline{N}\left(1 + m\left(t - T\right) - rT\right) = Q\underline{N}\left(T + tmT - \left(m + r\right)T^2\right)$$

La CPO de este problema es

$$\frac{\partial G}{\partial T} = 1 + mt - 2(m + r)T = 0$$

de donde sale que la fmr de Mayúsculas es

$$T(t) = \frac{1 + mt}{2(m + r)}$$

(b) De una expresión explícita para el efecto de las variaciones de T sobre t

$$\frac{\partial t(T)}{\partial T}=\frac{m}{2(m+r)}$$

(c) ¿Tiene la información suficiente para determinar si un cambio en la apertura de la propia economía aumenta, disminuye o deja constante la forma en que el nivel del impuesto óptimo varía ante cambios en el impuesto del otro?. Si no tiene la información, explique por qué no.

El impuesto óptimo dadas las circunstancias del juego viene dado por el nivel del impuesto en el equilibrio de Nash:

$$t^* = \frac{1+m\frac{1+mt}{2(m+r)}}{2(m+r)} = \frac{1}{2(m+r)} + m\frac{1+mt^*}{2(m+r)^2}$$
$$t^* - m\frac{1+mt^*}{2(m+r)^2} = \frac{1}{2(m+r)}$$
$$2(m+r)^2 t^* - m - m^2 t^* = 2(m+r)$$
$$t^* = \frac{3m+2r}{2(m+r)^2 - m^2}$$
$$\frac{\partial t^*}{\partial m} = \frac{3\times\left(2(m+r)^2 - m^2\right) - (3m+2r)\times(4(m+r)-2m)}{[2(m+r)^2 - m^2]} = -\frac{3m^2+4mr+2r^2}{m^2+4mr+2r^2} < 0$$

Cuanto mayor la apertura de la economía, menor el nivel de impuestos, como era de esperar.

(d) ¿Cuál es el equilibrio de Nash si $m = 0,75$ y $r = 0,75$ para ambos países?

$$\begin{aligned} t(T) &= \frac{1+mT}{2(m+r)} = \frac{1+0.75T}{3} \\ T(t) &= \frac{1+mt}{2(m+r)} = \frac{1+0.75t}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t^* &= \frac{1+0.75\frac{1+0.75t}{3}}{3} \\ \mathbf{t}^* &= \mathbf{0.444\,44} \end{aligned}$$

$$\mathbf{T}^*=\frac{1+0.75\times 0.444\,44}{3}=\mathbf{0.444\,44}$$

Equilibrio de Nash es $(t^N, T^N) = (0.44444,\ 0.44444)$

(e) Muestre que en el equilibrio de Nash existe algún incremento en ambos niveles de impuesto que es una mejora de Pareto.

$$\begin{aligned} dg &= g_t dt + g_T dt \\ dG &= G_t dt + G_T dT \end{aligned}$$

$$g_T = \frac{\partial \left[tq\underline{n}\left(1 + m\left(T - t\right) - rt\right)\right]}{\partial T} = tq\underline{n}m > 0$$

Por lo tanto, como $g_t = G_T = 0$ *(porque los países maximizan) y al mismo tiempo* $g_T > 0$ *y* $G_t > 0$*, un pequeño aumento en* t *y* T *aumentará la recaudación de ambos países. Es una mejora de Pareto. QED*

(f) ¿Cuál sería el valor óptimo del impuesto común si ambas naciones acordaran en adoptarlo. (siga asumiendo que $m = 0,75$ **y** $r = 0,75$ **y que no hay costos de negociación).**

Los países actúan coordinadamente y maximizan la recaudación agregada.

$$\max_{t,T} g + G = tqn + TQN = tq\underline{n}\left(1 + m\left(T - t\right) - rt\right) + TQ\underline{N}\left(1 + m\left(t - T\right) - rT\right)$$

Las CPO de este problema son:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\left(g + G\right)}{\partial t} &= \frac{\partial\left(tq\underline{n}\left(1 + m\left(T - t\right) - rt\right) + TQ\underline{N}\left(1 + m\left(t - T\right) - rT\right)\right)}{\partial t} = \underline{n}q + \underline{N}QTm + Tm\underline{n}q - 2m\underline{n}qt - \\
\frac{\partial\left(g + G\right)}{\partial T} &= \frac{\partial\left(tq\underline{n}\left(1 + m\left(T - t\right) - rt\right) + TQ\underline{N}\left(1 + m\left(t - T\right) - rT\right)\right)}{\partial T} = \underline{N}Q - 2\underline{N}QTm - 2\underline{N}QTr + \underline{N}Q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\underline{n}q + \underline{N}QT \times 0.75 + T \times 0.75 \times \underline{n}q - 2 \times 0.75 \times \underline{n}qt - 2\underline{n}q \times 0.75 \times t &= 0 \\
\underline{N}Q + \underline{N}Q \times 0.75 \times t + t \times 0.75 \times \underline{n}q - 2 \times 0.75 \times \underline{N}QT - 2\underline{N}Q \times 0.75 \times T &= 0
\end{aligned}$$

Asumiendo que los dos países tienen la misma productividad ($q = Q$) *y el mismo nivel exógeno de empleo* ($\underline{n} = \underline{N}$)*:*

$$\begin{aligned}
\underline{n}q + \underline{n}qT \times 0.75 + T \times 0.75 \times \underline{n}q - 2 \times 0.75 \times \underline{n}qt - 2\underline{n}q \times 0.75 \times t &= 0 \\
\underline{n}q + \underline{n}q \times 0.75 \times t + t \times 0.75 \times \underline{n}q - 2 \times 0.75 \times \underline{n}qT - 2\underline{n}q \times 0.75 \times T &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1 + T \times 0.75 + T \times 0.75 - 2 \times 0.75 \times t - 2 \times 0.75 \times t &= 0 \\
1 + 0.75 \times t + t \times 0.75 - 2 \times 0.75 \times T - 2 \times 0.75 \times T &= 0
\end{aligned}$$

Cuya solución es $[\mathbf{T = 0.666\,67, t = 0.666\,67}]$

(g) Compare su respuesta en (f) con el nivel de impuestos óptimo de una economía cerrada. Explique por qué son similares o por qué difieren.

Para una economía cerrada, el problema es:

$$\max_{t} g = tqn = tq\underline{n}\left(1 - rt\right)$$

CPO:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial g}{\partial t} &= q\underline{n} - 2q\underline{n}rt = 0 \\
&= 1 - 2rt = 0 \\
t &= \frac{1}{2r} = \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

El monto del impuesto de una economía cerrada coincide con el monto del impuesto de las economías coordinadas. La razón es simple: hemos supuesto que ambos países son iguales. Por lo tanto, si se comportan de forma coordinada se comportarán como una sola economía cerrada. Al ser la función de recaudación una función lineal del producto, el nivel del impuesto óptimo es el mismo.

(h) Imagine que Mayúsculas es un país poderoso y que puede fijar la política impositiva y que Minúsculas obedece porque cree en la amenaza de Mayusculas de adoptar el nivel de impuestos del equilibrio de Nash si Minúsculas no cumple. ¿Que problema de optimización resolverá Mayúsculas para determinar el nivel de impuestos a imponer a Minúscula y el que adoptará para sí?

Mayúsculas resolverá el siguiente problema:

$$\max_{t,T} G(T,t)$$
$$\text{sujeto a } g(T,t) \geq g(T^N, t^N) = g^N$$

(i) ¿Son estos niveles de impuestos Pareto-óptimos? Explique por que sí, por qué no o por qué no se puede decir.

Estos niveles de impuestos son obviamente Pareto-óptimos:

$$\max_{t,T} L = G(T,t) + \lambda \left[g(T,t) - g(T^N, t^N) \right]$$

Las condiciones necesarias para un máximo interior son:

$$\begin{aligned} L_T &= G_T + \lambda g_T = 0 \\ L_t &= G_t + \lambda g_t = 0 \\ L_\lambda &= g(T,t) - g(T^N, t^N) = 0 \end{aligned}$$

De la primera y la segunda sale que

$$\frac{G_T}{G_t} = \frac{g_T}{g_t}$$

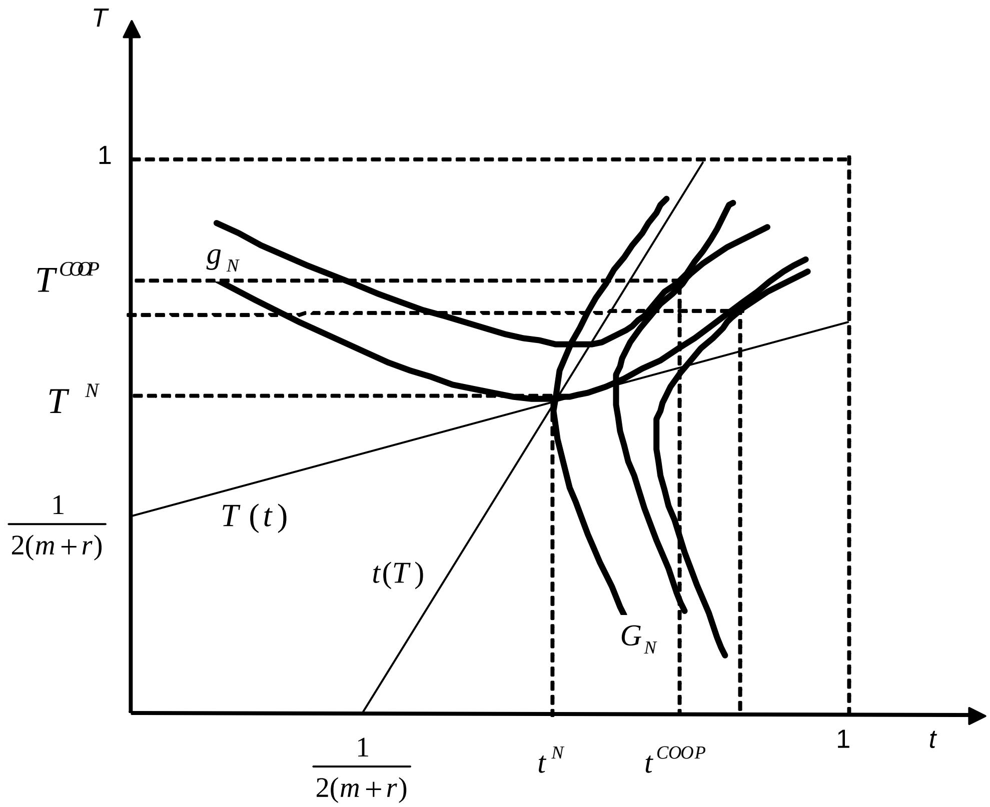
La que es la condición de un óptimo de Pareto.

(j) Usando cualquier tipo de razonamiento (gráfico, numérico, etc.) elabore un ranking de las diferentes situaciones (Nash, Impuesto común, un país poderoso) de acuerdo al nivel de recaudación/gasto para cada país.

Los niveles de impuestos para cada país en cada situación son:

	Nash	Coordinación	Cerrada
May	4/9	2/3	2/3
Min	4/9	2/3	2/3

Las recaudaciones correspondientes son:



	Nash	Coordinación	Cerrada
May	$G = 0.296\,30\underline{N}Q$	$G = \frac{\underline{N}Q}{3}$	$G = \frac{\underline{N}Q}{3}$
Min	$g = 0.296\,30\underline{n}q$	$g = \frac{\underline{n}q}{3}$	$g = \frac{\underline{n}q}{3}$

Es fácil ver que los países recaudan más si se coordinan que si no (Nash). Con respecto a qué pasa cuando uno de los dos tiene el poder para fijar ambos impuestos, lo más fácil es verlo a través de un análisis gráfico (la solución numérica del problema es muy complicada).

Lo que ilustra el gráfico es lo siguiente: En el equilibrio de Nash (el punto donde ambas curvas de iso-recaudación se cruzan g_N y G_N) ambos impuestos son menores que en caso de la coordinación, el punto en ambas son tangentes. En otras palabras, $(T^N, t^N) < (T^{COOP}, t^{COOP})$. En la situación en que May tiene el poder de fijar ambos impuestos, lo que hace May es fijar el par de impuestos en el punto en que una de las curvas de iso-recaudación suya se hace tangente a g_N de Min.En este punto, el impuesto de May es menor al que fijaba cuando coordinaban y el de Min es mayor. Esto se debe a que

(k) Cuando sea posible, Pareto-rankee las situaciones

El equilibrio de Nash es Pareto-inferior a las otras dos soluciones. Con respecto a Corrdinación vs. un país poderoso no podemos compararlos en términos de Pareto ya que Min está peor en la segunda situación.

EJERCICIO 3

A y U son dos paises linderos, cuyas fronteras están separadas por un río. El bienestar de los habitantes de cada uno de estos países depende de las acciones de los habitantes del otro país: existen externalidades negativas (contaminación transfronteriza). Suponga que cada país tiene dos estrategias posibles: Emitir o Abatir emisiones. La forma reducida de los beneficios de ambos países en función de los niveles de emisión de cada uno es $\pi^i = \pi^i(e^i, e^j)$, donde e es el nivel de emisiones (0 o 1) y los supra-índices i y j refieren a A y U.

(a) Modele este problema como un Dilema del Prisionero, Juego de Aseguramiento y Halcón y Paloma ilustrando cada una de estas posibilidades en un matriz de beneficios. Explique en cada caso por qué el juego sería una ilustración razonable de la interacción.

La matriz genérica del juego es la siguiente:

	No emitir	$Emitir$
No emitir	(b, b)	(d, a)
$Emitir$	(a, d)	(c, c)

Para que este juego sea un ***DP*** *se tiene que dar que*

$$(1)\ a > b > c > d$$

$$(2)\ a + d < 2b$$

Para que este juego sea un ***Juego de Aseguramiento*** *se tiene que dar que*

(1) $b > a$ y (2) $c > d$ para que haya dos equilibrios en estrategias puras

(3) $b > c$ para que uno de estos dos equilibrios Pareto-domine al otro.

Si los dos no emiten se maximiza el bienestar agregado por calidad ambiental. Si ambos emiten, ambos están peor. El ahorro de costos de abatimiento no compensa el daño por mayores emisiones. La mejor respuesta a no emitir es no emitir. Para que ello suceda, los costos de emitir (daños por contaminación) tienen que ser mayores que los beneficios de emitir (ahorro de costos de abatimiento). Las emisiones no son "rentables". La mejor respuesta a emitir es emitir. Para que ello suceda, cuando el otro emite la ecuación anterior ya no es válida. Ahora, el incremento en los daños por las emisiones propias son menores que el ahorro de costos por emitir.

Para que este juego sea un ***Juego de Halcón y Paloma*** *se tiene que dar que*

$$a > b$$

$$d > c$$

El juego puede ser una buena descripción de la interaccón siempre que se entienda que el medio ambiente es una presa y ambos países se comporten como halcones (busquen conflicto, emitan, contaminen todo el medio ambiente) cuando el otro no y entiendan que cuando el otro emite es costos buscar conflicto y emitir y por lo tanto no lo hacen. En este caso los costos de un conflicto (netos del ahorro de costos de abatimiento) superan a los costos de no emitir (netos de los beneficios por mayor calidad ambiental).

(b) Suponga que la función de beneficios de A tiene la forma

$$\pi^i = \alpha e^i + \beta e^j + \gamma e^i e^j$$

y que la función de U es idéntica (cambiando los supra-índices). Halle los valores de los parámetros de esta función de beneficios que hace a cada uno de los tres juegos el modelo apropiado para la interacción.

Beneficios:

$$\pi^A\left(e^A, e^B\right) = \alpha e^A + \beta e^B + \gamma e^A e^B$$

$$\pi^B\left(e^A, e^B\right) = \alpha e^B + \beta e^A + \gamma e^B e^A$$

Matriz de beneficios (A es el jugador fila)

	$e = 0$	$e = 1$
$e = 0$	$\pi^A(0,0) = 0, \pi^B(0,0) = 0$	$\pi^A(0,1) = \beta, \pi^B(0,1) = \alpha$
$e = 1$	$\pi^A(1,0) = \alpha, \pi^B(1,0) = \beta$	$\pi^A(1,1) = \alpha + \beta + \gamma, \pi^B(1,1) = \alpha + \beta + \gamma$

Para que este juego sea un DP se tiene que dar que

$$(1)\ \alpha > 0 > \alpha + \beta + \gamma > \beta$$
$$(2)\ \alpha + \beta < 0$$

Para que sea un Juego de Aseguramiento se tiene que dar que

$$(1)\ 0 > \alpha \text{ y } (2)\ \alpha + \beta + \gamma > \beta \text{ o lo que es lo mismo } \alpha + \gamma > 0$$
$$(3)\ 0 > \alpha + \beta + \gamma$$

Para que sea un Juego de Halcón y Paloma se tiene que dar que

$$\alpha > 0$$

$$\beta > \alpha + \beta + \gamma \text{o lo que es lo mismo } \alpha + \gamma < 0$$