SOLUCIÓN EXAMEN GENERAL 2009

Marcelo Caffera

EJERCICIO 1 - Cumbia y Coase

1.
$$\max_x Utot = y - (a-x)^2 - y - (b-x)^2 = -(a-x)^2 - (b-x)^2$$

C.P.O

$$\begin{aligned} 2(a-x) + 2(b-x) &= 0 \\ 2a + 2b &= 4x \\ \frac{a+b}{2} &= x^* \\ \mathbf{x}^* &= \mathbf{1/2} \end{aligned}$$

2. $x = 3/4$

La utilidad del cumbiero (antes del pago) es $v = -(3/4 - 3/4)^2 = 0$
La utilidad del buen vecino (antes del pago) es $u = -(1/4 - 3/4)^2 = -(-1/2)^2 = -1/4$
El cumbiero va a maximizar su utilidad eligiendo el y *y el* x *tal que* $u = -1/4$. *Su problema de maximización es*

$$\max_{x,y,\lambda} L = -y - (3/4 - x)^2 + \lambda \left(y - (1/4 - x)^2 + 1/4 \right)$$

C.P.O.

$$\begin{aligned} (1)\frac{\partial L}{\partial x} &= 2(3/4 - x) + \lambda \left(2\left(1/4 - x\right)\right) = 0 \\ (2)\frac{\partial L}{\partial y} &= -1 + \lambda = 0 \\ (3)\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= y - (1/4 - x)^2 + 1/4 = 0 \end{aligned}$$

De (2) sabemos que $\lambda = 1$. *Sustituyendo en (1) obtenemos* $x = \frac{1}{2}$. *Sustituyendo en (3) obtenemos* $y = -\frac{3}{16}$

3. *Hubiera sido el mismo porque porque la utilidad marginal del ingreso es constante, entonces las curvas de indiferencia son traslaciones horizontales unas de otras. En otras palabras, los puntos de tangencia entre ambas curvas de indiferencia, es decir, donde las utilidades marginales netas de los pagos se igualan, están siempre sobre la misma línea vertical, que en este caso es* $x = 1/2$.*La negociación "para" en* $x = 1/2$.*Si* $x = 1/4$, *la utilidad del cumbiero (antes del pago) es* $v = -(3/4 - 1/4)^2 = -1/4$ *y*

la utilidad del buen vecino (antes del pago) es $u = -(1/4 - 1/4)^2 = 0$. *El buen vecino resolvería el problema*

$$\max_{x,y,\lambda} L = y - (1/4 - x)^2 + \lambda\left(-y - (3/4 - x)^2 + 1/4\right)$$

C.P.O.

$$\begin{aligned}
(1)\frac{\partial L}{\partial x} &= 2\,(1/4 - x) + \lambda\,(2(3/4 - x)) = 0\\
(2)\frac{\partial L}{\partial y} &= 1 + -\lambda = 0\\
(3)\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= -y - (3/4 - x)^2 + 1/4 = 0
\end{aligned}$$

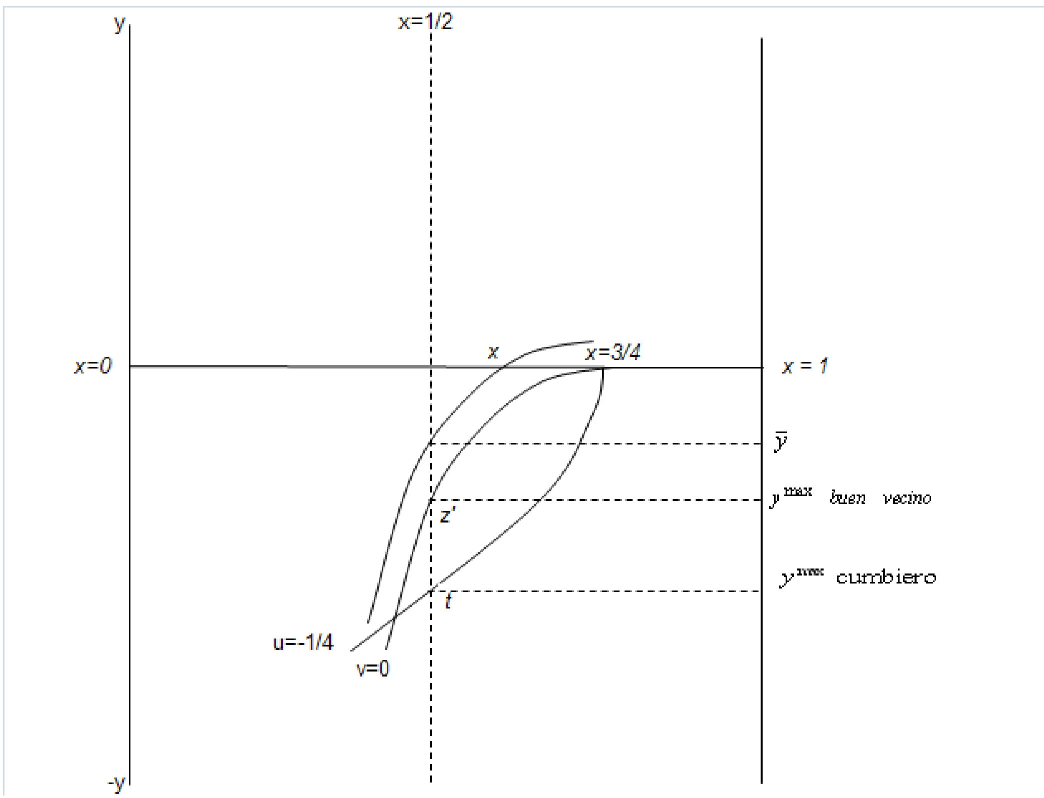
De (2) sabemos que $\lambda = 1$. *Sustituyendo en (1) obtenemos* $x = \frac{1}{2}$. *Sustituyendo en (3) obtenemos* $y = \frac{3}{16}$. *La única diferencia es que ahora el cumbiero le tiene que pagar al buen vecino.*

4. *La situación inicial sigue siendo* $x = 3/4$, $v = 0$ *y* $u = -1/4$. *Si el cumbiero está en condiciones de hacer una oferta del tipo "tómalo o déjalo" va a exigir aquel* y *tal que* $u = y - (1/4 - 1/2)^2 = -1/4$. *La solución es* $y = -\frac{3}{16}$, la misma que antes. (*Notar que esto no es lo mínimo que estaría dispuesto a aceptar el cumbiero bajo otras normas de negociación. De hecho esta cantidad es la máxima que le puede extraer al buen vecino. El punto* t *de la gráfica de abajo)*

5. *El pago máximo que el buen vecino ofrecerá siendo el que tiene todo el poder de negociación es aquel que deja al cumbiero indiferente entre* $x = 3/4$ *sin pago y* $x = 1/2$ *con pago. Es decir, el* y *tal que* $v = -y - (3/4 - 1/2)^2 = 0$. *La solución es* $y = -\frac{1}{16}$. *Este es un punto como el punto* z' *del gráfico de arriba.*

Las respuestas a este punto y al otro difieren porque en el primer caso el que tiene el poder de negociación es el cumbiero y como mínimo va a aceptar aquel $-y$ *que lo deje en el nivel de utilidad preferido (el actual, cuando* $x = 3/4$). *Le va a extraer todo el excedente al buen vecino. En cambio en el segundo caso sucede lo contrario. Es el buen vecino el que está en condiciones de sacarle todo el excedente de la negociación al cumbiero.*

6. *La letra nos dice que el ingreso del buen vecino es inferior a cualquier pago que él le pueda hacer al cumbiero bajo cualquier institución que gobierne la negociación. Esto quiere decir que el ingreso del buen vecino es menor* $y^{\max}$ *que él ofrecería si estuviera en condiciones de hacer una oferta del tipo "tómalo o déjalo". Esto es, el ingreso del vecino es menor a* $1/16$.


y
x=1/2
x=0
x
x=3/4
x = 1
$\bar{y}$
y^{max} buen vecino
z'
y^{max} cumbiero
t
u=-1/4
v=0
-y

Dado esto, ¿cuál tiene que ser el valor de x fijado por el regulador para que, suponiendo que el buen vecino es el que hace la oferta "tómalo o déjalo" (este va a ser el x más alejado de $1/2$ que pueda fijar el regulador), el cumbiero la acepte y se fije $x = 1/2$? En este valor de x el nivel de utilidad del cumbiero es $v(x, y) = v(x, 0)$. En el punto en que el buen vecino le da todo su ingreso para que el cumbiero acepte apagar la música a medianoche se da que $v(x, y) = v(1/2, \overline{y})$, donde $\overline{y}$ es el nivel de ingresos del buen vecino (ver gráfico arriba). Tenemos entonces:

$$v(x, 0) = -(3/4 - x)^2 = -\overline{y} - 1/16 = v(1/2, \overline{y})$$

de donde sale

$$x = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{16\overline{y} + 1}$$

7. *Porque con la negociación coaseana el óptimo queda fuera del set de negociación posible (porque el vecino es pobre). Lo que hace el planificador social es cambiar las normas (los derechos de propiedad) para inlcuir el óptimo dentro del set.*

EJERCICIO 2 - Antes que pelear mejor me cambio

Considere un juego repetido entre una firma y un consumidor, en el cual la calidad del producto no puede ser contratada y puede ser verificada sólo al consumir el producto. Más específicamente, suponga que la firma produce jabón para lavar la ropa. Como la gente tiene diferente ropa, diferentes lavarropas y diferente susceptibilidad de piel a los jabones, el consumidor no puede basarse en la reputación de la firma para inducir la calidad con certeza. Más aún, demandar a la firma por daños es costoso y por ende nadie lo hace. La idea del ejercicio es ver cómo puede asegurarse la calidad alta cuando ésta solo puede ser verificada comprando el producto y cuando, a su vez, no hay manera de ser compensado por ser dañado por un jabón de calidad baja.

Suponga que el costo para la firma de producir un litro de jabón de calidad q es $b(q)$, donde $b(0) > 0$ y $b'(q) > 0$ para $q \geq 0$. Cada consumidor es cliente de un oferente específico y compra un litro de jabón por período al precio p. Si el jabón no lo satisface el cliente se cambia a otro oferente sin costo. Suponga que la probabilidad de que esto suceda viene dada por la función decreciente $f(q)$. Asuma un horizonte temporal infinito con la tasa de descuento ρ.

(a) Considerando que ambos el costo y el ingreso se dan al final del período, derive una expresión del valor $v(q)$ que tiene para la firma el tener un cliente.

$$v(q) = \frac{[p - b(q)] + [1 - f(q)]\, v(q) + f(q) \times 0}{(1 + \rho)}$$

$$v(q) = \frac{[p - b(q)]}{(f(q) + \rho)}$$

(b) Suponga que el precio p es fijado por el mercado competitivo, por ende es exógeno para la firma. Derive la condición que muestra cómo la firma elije q.

La firma igualará $v`(q)$ a cero.

$$\begin{aligned} v`(q) &= \frac{-b'(q)\,(f(q)+\rho) - [p-b(q)]\,f'(q)}{(f(q)+\rho)^2} = 0 \\ &= -b'(q) - v(q)f'(q) = 0 \\ -b'(q) &= v(q)f'(q) \end{aligned}$$

La firma determinará la calidad del jabón igualando el costo marginal de la calidad $b'(q)$ al beneficio marginal esperado de la calidad $v(q)f'(q)$.

(c) Con estos supuestos, ¿puede demostrar que la calidad es una función creciente del precio? Si no puede, ¿qué condiciones adicionales deben cumplirse para que esto suceda?

$$-b'(q^*(p)) \equiv v(q^*(p);p)f'(q^*(p))$$

Derivando con respecto a p

$$-b''(q^*(p))\times\frac{dq^*}{dp} \equiv \left[v_q(q^*(p);p)\times\frac{dq^*}{dp} + v_p(q^*(p);p)\right] f'(q^*(p)) + v(q^*(p);p)\times f''(q^*(p))\times\frac{dq^*}{dp}$$

$$\frac{dq^*}{dp} = \frac{v_p f'(q^*(p))}{[-b''(q^*(p)) - v_q(q^*(p);p)\times f'(q^*(p)) - v(q^*(p);p)\times f''(q^*(p))]}$$

$$\frac{dq^*}{dp} = \frac{v_p f'(q^*(p))}{[-b''(q^*(p)) - v(q^*(p);p)\times f''(q^*(p))]}$$

ya que $v_q(q^*(p);p) = 0$ por definicion de $q^*(p)$. Es facil ver que $v_p f'(q^*(p)) < 0$. Por lo tanto, necesitamos probar que el signo del denominador es tambien negativo. El termino $-b''(q) < 0 \Leftrightarrow b''(q) > 0$. (costos marginales crecientes). Por su parte $v(q^*(p);p) > 0$, por lo que necesitamos que $f''(q^*(p))$ sea positiva (la probabilidad de perder el cliente disminuye a tasas decrecientes) para que el denominador sea positivo. Por ende,

$$\frac{dq^*}{dp} = \frac{v_p f'(q^*(p))}{[-b''(q^*(p)) - v(q^*(p);p)\times f''(q^*(p))]} > 0 \Leftrightarrow b''(q^*(p)) > 0 \text{ y } f''(q^*(p)) > 0$$

Los supuestos adicionales que necesitamos son costos marginales crecientes y probabilidad decreciente a tasas decrecientes.

(d) ¿Quién está del lado corto del mercado, la firma o el consumidor? ¿Quién es el principal y quién es el agente? ¿Quién tiene el dinero? ¿Cuál es la relación entre estar de un lado u otro del mercado, ser agente o principal y tener o no el dinero?

En este ejemplo el que está del lado corto es el consumidor. El puede elegir otra empresa a quien comprarle el jabón si éste no le satisface. Es tambien el principal, ya que el consumidor "contrata" a la empresa para que esta le *suministre jabón a cierta calidad "amenazándola" con dejarle de comprar si la calidad no es la adecuada. Obviamente es el consumidor el que tiene el dinero en este intercambio. Él es el comprador. Se puede ver que el que tiene el dinero es el que está del lado corto y es el principal ("el dinero confiere poder" justamente porque posiciona al que lo tiene en el lado corto del mercado).*