

13. LOS ACTIVOS INCIERTOS

Introducción. En este capítulo resolveremos los problemas de un consumidor que desea repartir óptimamente su riqueza entre un activo incierto y un activo libre de riesgo. El rendimiento esperado de una cartera no es otro que la media ponderada del rendimiento del activo libre de riesgo y el rendimiento esperado del activo incierto, utilizando como peso las fracciones de la riqueza del consumidor invertidas en cada activo. La desviación típica del rendimiento de la cartera no es más que la desviación típica del rendimiento del activo incierto multiplicado por la fracción de la riqueza del consumidor invertida en el activo incierto. Algunas veces examinaremos problemas en donde un consumidor tiene unas preferencias específicas acerca del rendimiento esperado y el riesgo de su cartera y que tiene que hacer frente a su restricción presupuestaria. Como un consumidor puede siempre invertir toda su riqueza en un activo libre de riesgo, uno de los puntos de esta recta presupuestaria corresponderá a la combinación del rendimiento del activo libre de riesgo y ninguna actividad arriesgada (en este caso la desviación típica es igual a cero). Si el consumidor invierte un porcentaje x de su riqueza en un activo incierto, el rendimiento obtenido equivale a la diferencia entre el rendimiento esperado del activo incierto y el rendimiento del activo libre de riesgo. Pero de este modo también asume un cierto riesgo. Por lo tanto la pendiente de la recta presupuestaria será igual a la diferencia entre los dos rendimientos divididos por la desviación típica de la cartera en la cual un porcentaje x de la riqueza del consumidor está invertido en el activo incierto. Podemos entonces aplicar el análisis acostumbrado referido a la curva de indiferencia y a la recta presupuestaria para determinar la elección óptima del consumidor relativa al riesgo y al rendimiento esperado, dadas sus preferencias. (Recuerda que la "desviación típica" se representa en el eje horizontal y si el consumidor no es propenso al riesgo, las cestas de consumo preferidas se encontrarán en la esquina superior izquierda.) Se requerirá también aplicar el resultado del modelo de la fijación del precio de los activos de capital (MPAC), que establece que el rendimiento esperado de todo activo es igual a la suma del rendimiento del activo libre de riesgo más la prima por el riesgo. Recuerda también que el rendimiento esperado de un activo es igual a la variación esperada de su precio dividida por su precio corriente.

13.1 (3) La señora Lozano puede elegir entre dos activos: el primero está libre de riesgo y le ofrece un rendimiento r_f y el segundo es un activo incierto (un negocio de figuras de porcelana que presta servicios alimenticios a mamíferos muy voluminosos) que presenta un rendimiento esperado de r_m y una desviación típica de σ_m .

(a) Si la señora Lozano invierte el porcentaje x de su riqueza en el activo incierto, ¿cuál es la ecuación que representa el rendimiento esperado de su cartera? _____

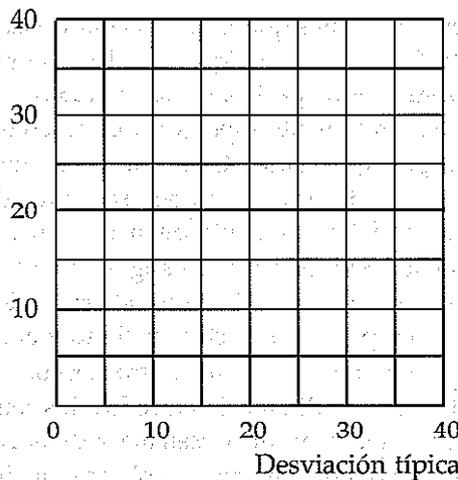
¿Cuál es la ecuación que representa la desviación típica de su cartera? _____

(b) Determinando el valor de x en la segunda ecuación y sustituyendo el resultado en la primera, desarrolla una expresión para el rendimiento de la cartera relativo a su riesgo.

(c) Supongamos que la señora Lozano puede pedir dinero prestado al tipo de interés r_f e invertirlo en el activo incierto. Si $r_m = 20$, $r_f = 10$ y $\sigma_m = 10$, ¿cuál será el rendimiento esperado de la señora Lozano si pide un préstamo equivalente al 100% de su riqueza inicial y la invierte en el activo incierto? (Pista: esto es equivalente a invertir el 200% de su riqueza en el activo incierto.) _____

(d) Supongamos que la señora Lozano puede pedir prestado y prestar libremente y que el tipo de interés sea igual al tipo de rendimiento del activo libre de riesgo. Si r_f es del 10%, r_m es del 20% y σ_m es del 10%, ¿cuál es la expresión de la "recta presupuestaria" de la señora Lozano? _____. Representa esta recta presupuestaria en el gráfico siguiente.

Rendimiento esperado



(e) Cuáles de los siguientes activos inciertos preferiría la señora Lozano al que posee en este momento, suponiendo que cada vez puede invertir solamente en un activo incierto y que puede invertir una fracción de su riqueza en cualquier activo incierto que elija. Contesta con "mejor", "peor" o "igual" en cada uno de los activos.

Activo A con $r_a = 17\%$ y $\sigma_a = 5\%$ _____

Activo B con $r_b = 30\%$ y $\sigma_b = 25\%$ _____

Activo C con $r_c = 11\%$ y $\sigma_c = 1\%$ _____

Activo D con $r_d = 25\%$ y $\sigma_d = 14\%$ _____

(f) Supongamos que la función de utilidad de la señora Lozano tiene la forma $u(r_x, \sigma_x) = r_x - 2\sigma_x$. ¿Qué fracción de su cartera invertirá en el activo incierto inicial? (Quizás quieras representar gráficamente algunas de las curvas de indiferencia de la señora Lozano antes de responder a la pregunta, es decir, dibujar las combinaciones de r_x y σ_x que implican que $u(r_x, \sigma_x) = 0, 1, \dots$ etc.) _____

13.2 (3) Fabián Sotomayor está reflexionando cómo distribuir su cartera entre dos activos, un activo incierto que tiene un rendimiento esperado del 30% y una desviación típica del

10%, y un activo libre de riesgo que tiene un rendimiento esperado del 10% y una desviación típica del 0%.

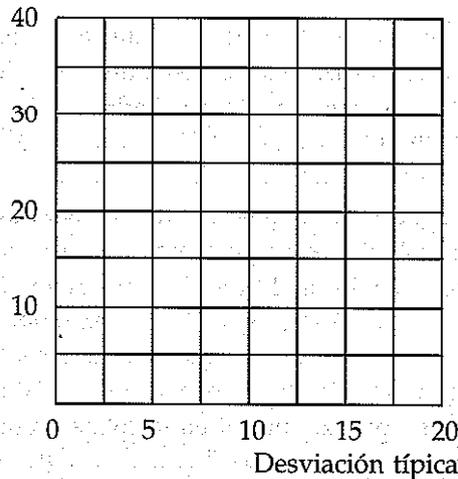
(a) Si el señor Sotomayor invierte la fracción x de su riqueza en el activo incierto, ¿cuál será su rendimiento esperado? _____

(b) Si el señor Sotomayor invierte la fracción x de su riqueza en el activo incierto, ¿cuál será la desviación típica de su riqueza? _____

(c) Resuelve estas dos ecuaciones para determinar el rendimiento esperado de la cartera del señor Sotomayor en función de la desviación típica que ha aceptado asumir. _____

(d) Representa esta "recta presupuestaria" en el gráfico siguiente.

Rendimiento esperado



(e) Si la función de utilidad del señor Sotomayor es $u(r_x, \sigma_x) = \min\{r_x, 30 - 2\sigma_x\}$, entonces el valor óptimo de r_x es _____ y su valor óptimo de σ_x es _____. (Pista: tienes que resolver dos ecuaciones con dos incógnitas. Una de las ecuaciones es la restricción presupuestaria.)

(f) Representa en el gráfico la elección óptima del señor Sotomayor y la curva de indiferencia que atraviesa el punto correspondiente.

(g) ¿Qué fracción de su riqueza debería invertir el señor Sotomayor en el activo incierto?

13.3 (2) Suponiendo que el modelo de la fijación del precio de los activos de capital sea válido, completa la siguiente tabla. En esta tabla, p_0 representa el precio corriente del activo i y Ep_1 corresponde al precio esperado del activo i en el próximo periodo.

r_f	r_m	r_i	β_i	p_0	Ep_1
10	20	10		100	
10	20		1,5		125
10		20	2	200	
0	30		2/3	40	48
10	22		0	80	

13.4 (2) El agricultor Alejo Lines posee un pastizal situado sobre una colina arenosa. El rendimiento de su pastizal es una variable aleatoria que depende de cuánto llueva. En los años lluviosos la producción es buena y en los años de sequía es muy escasa. El valor de mercado de su pastizal es 5.000 duros y su rendimiento esperado es de 500 duros con una desviación típica de 100 duros. Cada centímetro de lluvia por encima de la media significa un aumento de los beneficios en 100 duros y cada centímetro de lluvia por debajo de la media significa una disminución de los beneficios en 100 duros. Alejo posee además otros 5.000 duros que quiere invertir en un segundo pastizal. Existen dos posibles pastizales que podría adquirir:

(a) Uno está situado en un terreno bajo donde nunca se producen inundaciones. El rendimiento esperado de este pastizal es de 500 duros anuales independientemente del tiempo que haga. ¿Cuál es el rendimiento esperado de Alejo de su inversión *total* si adquiere este terreno para su segundo pastizal? _____ . ¿Cuál es la desviación típica de su rendimiento en este caso? _____.

(b) El otro terreno del pastizal está situado en la misma ribera de un río. Esto produce muy buenos rendimientos en los años de sequía pero provoca inundaciones en los años lluviosos. Este terreno también cuesta 5.000 duros. El rendimiento esperado de este pastizal es de 500 duros y la desviación típica es de 100 duros. Cada centímetro de lluvia *por debajo* de la media significa un beneficio adicional de 100 duros y cada centímetro de lluvia *por encima* de la media significa una disminución de los beneficios en 100 duros. Si Alejo compra este pastizal y conserva también su pastizal inicial en la colina arenosa, ¿cuál es el rendimiento esperado del total de su inversión en este caso? _____ . ¿Cuál es la desviación típica del rendimiento esperado del total de su inversión en este caso? _____.

(c) Si Alejo es una persona contraria a correr riesgos, ¿cuál de estos dos pastizales debería comprar y por qué? _____.