Microeconomía II **22 de septiembre de 2005**

Examen Final

El puntaje total del examen es 100. El tiempo disponible para resolver los siguientes ejercicios es de tres horas.

1. **(14 puntos)** Considere el siguiente procedimiento de agregación social de preferencias aplicado a un conjunto de I agentes. Para cualquier perfil de preferencias individuales definidas sobre un conjunto de alternativas X, y para cualquier par de alternativas $x, y \in X$, x es socialmente al menos tan bueno como y (es decir, x es débilmente preferido a y para la sociedad) siempre que y no domine a x en el sentido de Pareto.

   (a) Describa todos los conjuntos decisivos de agentes generados por esta regla.

   (b) Determine cuáles de las condiciones estipuladas en el Teorema de la Imposibilidad de Arrow son cumplidas por este procedimiento y cuáles no.

2. **(18 puntos)** En una economía de intercambio con dos bienes y dos consumidores, las preferencias de estos últimos están dadas por

$$u_i(x_{1i}, x_{2i}) = \max\{\min\{x_{1i}, 2x_{2i}\}, \min\{2x_{1i}, x_{2i}\}\},$$

   $i = 1, 2$. Sus dotaciones iniciales son $\omega_1 = \omega_2 = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

   (a) Represente a esta economía en una caja de Edgeworth y describa las curvas de oferta correspondientes. Identifique el conjunto de Pareto y el núcleo de esta economía.

   (b) Halle todas las asignaciones de equilibrio competitivo y los vectores de precios (normalizados) correspondientes a cada equilibrio. Brinde sus respuestas numéricamente.

   (c) Suponga ahora que existe un tercer agente con preferencias y dotación idénticas a las de los dos agentes anteriores. Halle las asignaciones y precios de equilibrio competitivo de esta economía.

   (d) Describa el conjunto de equilibrios competitivos si se agrega un cuarto agente, idéntico a los anteriores.

   (e) Conjeture sobre qué ocurrirá con el conjunto de equilibrios competitivos si se continúa agregando agentes idénticos.

3. **(18 puntos)** Un agente averso al riesgo, cuya función de utilidad sobre el dinero es $u(.)$, enfrenta una lotería F sobre su ingreso x.

(a) Llame P_0 al premio al riesgo medido en dinero de este agente para esta lotería.

    i. Caracterice a P_0 (implícitamente) a través de una fórmula.

    ii. Si el riesgo es pequeño, compruebe que el premio P_0 es proporcional al coeficiente Arrow-Pratt de aversión absoluta al riesgo *(una expansión de Taylor puede ayudar)*.

(b) Sea P_1 el premio al riesgo del mismo agente cuando su riqueza es $w + x$, donde w es una riqueza inicial positiva y cierta, en tanto x continúa siendo un ingreso aleatorio con distribución F. ¿Cómo debe variar la aversión absoluta al riesgo con la riqueza para que sea cierto que $P_0 > P_1$? De ahora en adelante, suponga que la aversión absoluta al riesgo varía de esa forma.

(c) Considere ahora el siguiente ejemplo. Existen tres estados de la naturaleza igualmente probables. El ingreso, x, puede tomar tres valores: $(\overline{x}, \overline{x} + \varepsilon, \overline{x} - \varepsilon)$ en los estados 1, 2 y 3 respectivamente. Sea, igual que en (a), P_0 el premio al riesgo del agente cuando su ingreso es toda su riqueza. En otra situación, podría tener una riqueza inicial w, tal como en (c), pero ahora aleatoria: w toma valores $(\widehat{w}, 0, 0)$ en cada estado de la naturaleza. Sea P_2 el premio correspondiente a este individuo *con respecto solamente a su ingreso aleatorio* cuando su riqueza está dada por $w + x$.

    i. Caracterice a P_0 y a P_2 en este ejemplo (implícitamente).

    ii. Halle una expresión para $u(\overline{x} - P_2) - u(\overline{x} - P_0)$. ¿Es P_2 mayor o menor que P_0?

    iii. Compare su respuesta con lo afirmado en (c). Intente dar una explicación intuitiva para estos resultados.

4. **(17 puntos)** Tres cazadores irán en busca de sus presas en $t = 1$. Suponga, sin embargo, que saben que solamente existe una presa disponible para los tres, por lo que es seguro que sólo uno de ellos tendrá éxito. Existen, entonces, tres estados de la naturaleza, $s = 1, 2, 3$, donde en cada estado s es el cazador s quien tiene éxito. Cada individuo i tiene una función de utilidad $U_i(x_i) = \sum_{s=1}^{3} \pi_s \ln x_{si}$, donde x_{si} es su consumo de carne de la presa en el estado s y π_s es la probabilidad del estado s. En $t = 0$, los cazadores determinan cómo compartirán la carne en $t = 1$.

    (a) Interprete a la carne de la presa en el estado s como una mercancía contingente. ¿Cuál es la dotación inicial de cada cazador?

    (b) Formule el problema de los cazadores en $t = 0$ como un equilibrio competitivo.

    (c) Compruebe que si los tres cazadores tienen creencias comunes sobre las probabilidades de ocurrencia de cada estado, entonces, si los tres son aversos al riesgo, la asignación de equilibrio de las mercancías contingentes implicará que los tres estarán completamente asegurados. ¿Cuáles son los precios de las mercancías contingentes en $t = 0$?

(d) ¿Seguiría siendo la asignación de equilibrio una en la que todos están completamente asegurados si no fuese cierto que los tres cazadores tienen las mismas creencias?

5. **(16 puntos)** En una economía existen I agentes y $L+1$ bienes. L bienes son privados, y el restante es un bien público puro. Este último es producido a partir de los bienes privados según una tecnología con rendimientos constantes a escala, libremente disponible para todos los agentes. Las preferencias de los agentes son estrictamente convexas y fuertemente monótonas. La dotación inicial de bienes privados de cada agente i es ω_i, y su dotación del bien público es nula.

   (a) Defina con claridad lo que es un equilibrio de Lindahl para esta economía.

   (b) Se dice que una asignación de los $L+1$ bienes entre los I agentes está en el α-núcleo de esta economía si no existe ninguna coalición S que, con sus recursos, pueda mejorar la situación de sus miembros en el sentido de Pareto *suponiendo que los agentes fuera de la coalición no producen el bien público.*

      i. Defina con precisión el α-núcleo.

      ii. ¿Es cierto que toda asignación de equilibrio de Lindahl está en el α-núcleo? Si su respuesta es afirmativa, demuéstrelo. En caso contrario, dé un contraejemplo.

6. **(17 puntos)** Considere una economía de Radner en la que existen dos períodos y tres estados de la naturaleza. En $t=0$, se intercambian solamente dos activos: uno, $(1,1,2)$, tiene un precio de 11, y el otro, $(3,0,2)$, un precio de 14.

   (a) Halle, por arbitraje el precio del activo $(1,10,14)$.

   (b) Considere el activo $(1,1,1)$. ¿Impone el arbitraje algún límite al precio que este activo puede tener? De ser así, obtenga dichos límites con la máxima precisión posible.

   (c) Suponga que se agrega el activo $(1,1,1)$ a un precio de 10. Compute el precio, en $t=0$, de la opción de comprar $(3,0,2)$ a un precio de 1 (se hace uso de la opción una vez resuelta la incertidumbre, en $t=1$).