

Incertidumbre

Ejercicios Adicionales

Microeconomía 2 - Róbert Veszteg

- (Varian: 12.2.) Guillermo es propietario de una pequeña fábrica de chocolate situada junto a un río que se desborda ocasionalmente en primavera con consecuencias desastrosas. El verano próximo Guillermo tiene intención de vender la fábrica y jubilarse. Su única renta provendrá de la venta de la fábrica. Si no hay inundaciones, la fábrica puede ser vendida por 500.000 duros y si hay inundaciones, lo que quede de la fábrica valdrá solamente 50.000 duros. Guillermo puede asegurarse contra los daños provocado por las inundaciones a un coste de 0,10 duros por cada duro de valor asegurado. Guillermo cree que la probabilidad de que esta primavera se produzca un desbordamiento es de $\frac{1}{10}$. Representemos con c_I el bien contingente *duros si hay una inundación* y con c_{NI} el bien contingente *duros si no hay una inundación*. Su función de utilidad de von Neumann-Morgenstern es $U(c_I, c_{NI}) = 0,1\sqrt{c_I} + 0,9\sqrt{c_{NI}}$.
 - Si no contrata un seguro, entonces en cada una de las circunstancias, el consumo de Guillermo será igual al valor de la fábrica. ¿Cuál es la combinación de consumo contingente en este caso?
 - Para contratar un seguro que le proporcione x duros en caso de inundación, Guillermo tiene que pagar una prima de $0,10x$. Si Guillermo se asegura por x duros y se produce una inundación, consigue x duros como compensación por parte del seguro. Supongamos que Guillermo ha contratado un seguro que le cubre con x duros en caso de producirse la inundación. Entonces, después de haber satisfecho la prima de seguro, ¿de cuánto dinero podrá disponer si se verifica la inundación? ¿Y si no se produce inundación alguna?
 - Si despejamos x de las dos ecuaciones anteriores, podemos obtener la ecuación presupuestaria de Guillermo. Por supuesto hay muchas maneras equivalentes de expresar la misma ecuación presupuestaria, ya que si multiplicamos ambos miembros de la ecuación por una constante positiva, obtenemos una ecuación equivalente. Si asignamos a c_{NI} el *precio* 1, ¿cuál es la ecuación presupuestaria de Guillermo?
 - Encuentra la combinación óptima de los dos bienes contingentes para Guillermo. ¿Cuánta cobertura contratará Guillermo en este punto óptimo?
- (Varian 12.3.) Clotilde Bernal es una maximizadora de su utilidad esperada. Sus preferencias relativas a las cestas de consumo contingente están representadas por la función de utilidad

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1\sqrt{c_1} + \pi_2\sqrt{c_2}.$$

Heliodoro Irún, un amigo de Clotilde, le propone apostar 1000 pesetas en el lanzamiento de una moneda al aire. Si el resultado es cara, Clotilde tiene que pagar a Heliodoro 1000 pesetas y si es cruz es Heliodoro quien tiene que pagar las 1000 pesetas a Clotilde. La moneda no está trucada y, por lo tanto, la probabilidad de que caiga en cada una de las

dos caras es $\frac{1}{2}$. Si Clotilde no acepta la apuesta seguirá disponiendo con toda certeza de sus 10000 pesetas. Está meditando su decisión en la intimidad de su oficina de comerciante automovilística de Motores Bernal. Denominamos acontecimiento 1 al resultado de cara y acontecimiento 2 al resultado de cruz.

- (a) Si Clotilde acepta la apuesta, entonces en el acontecimiento 1 dispondrá de _____ pesetas y en el acontecimiento 2 dispondrá de _____ pesetas.
 - (b) Como la probabilidad de cada acontecimiento es de $\frac{1}{2}$, la utilidad esperada de Clotilde de una apuesta por la cual puede conseguir c_1 en el acontecimiento 1 y c_2 en el acontecimiento 2 se puede describir con la fórmula _____. Por lo tanto, su utilidad esperada si acepta la apuesta de Heliodoro será de _____.
 - (c) Si Clotilde decide no aceptar la apuesta, entonces en el caso del acontecimiento 1 dispondrá de _____ pesetas y en el caso del acontecimiento 2 dispondrá de _____ pesetas. Por lo tanto, si no acepta la apuesta su utilidad esperada será _____.
 - (d) Después de haber calculado su utilidad esperada en el caso de que acepte la apuesta y en el caso de que no la acepte, Clotilde determina cuál de las dos es más alta y toma su decisión de acuerdo con estos cálculos. ¿Acepta Clotilde la apuesta?
3. (Varian 12.4.) Como es una mañana pausada en Motores Bernal y Clotilde (cuyas preferencias relativas al riesgo fueron descritas en el último problema) dispone de su calculadora, decide examinar su función de utilidad esperada con más detenimiento.
- (a) Clotilde piensa primeramente en las grandes apuestas. ¿Qué ocurriría si apostara enteramente sus 10000 pesetas y las perdiera si saliese cara y ganara más dinero si saliese cruz? En ese caso si la moneda cayera en cara se quedaría con 0 pesetas y si cayera en cruz obtendría 20000 pesetas. Si aceptara la apuesta su utilidad esperada sería de _____, mientras que si no la aceptara sería de _____. Por consiguiente, decide no aceptar la apuesta.
 - (b) Clotilde piensa entonces: “Bueno, naturalmente no querría correr el riesgo de perder todo mi dinero con una apuesta tan corriente. pero si alguien me propusiera una apuesta verdaderamente ventajosa... Por ejemplo, supongamos que tengo la oportunidad de apostar si una moneda no trucada caerá de cara, en cuyo caso pierdo mis 10000 pesetas, pero que si cae de cruz ganaría 50000 pesetas, ¿aceptaría la apuesta? Si la aceptara mi utilidad esperada sería de _____, mientras que si no la aceptara mi utilidad esperada sería de _____. Por lo tanto, debería _____ la apuesta”.
 - (c) Posteriormente, Clotilde se pregunta a sí misma: “Si acepto una apuesta por la cual puedo perder mis 10000 pesetas si la moneda cae de cara, ¿cuál es la suma mínima que tendría que ganar si saliese cruz para que me mereciera la pena aceptar la apuesta?”. Después de estar sopesando un cierto número de probabilidades, Clotilde halla la respuesta. Tú también puedes hallarla ensayando varias fentativas, pero se resuelve más fácilmente con una ecuación. En el miembro izquierdo de la ecuación escribimos la utilidad esperada de Clotilde si no apuesta y en el miembro derecho su utilidad esperada si aceptara una apuesta por la cual se quedara con 0 pesetas en el acontecimiento 1 y con x pesetas en el acontecimiento 2. Determinamos el valor de x para responder a la pregunta de Clotilde en el caso de $x = 10000$. La ecuación que debemos escribir es _____ y la solución de $x =$ _____.

- (d) Con la respuesta del último apartado hemos determinado dos puntos de la curva de indiferencia de Clotilde relativas a los dos bienes contingentes, dinero en el acontecimiento 1 y dinero en el acontecimiento 2. Uno de los dos puntos corresponde a la situación en la cual el dinero disponible en los dos acontecimientos es de 10000 pesetas. Señala este punto con la letra *A* en un gráfico. El otro punto corresponde a la situación en la cual el dinero disponible en el acontecimiento 1 es cero y en el acontecimiento 2 es _____. Señala este punto en un gráfico con la letra *B*.
- (e) Podemos encontrar rápidamente un tercer punto de esta curva de indiferencia. Como la moneda no está trucada, Clotilde está interesada en si cae de cara o de cruz ya que es esto lo que determina su ganancia. Por lo tanto, Clotilde estará indiferente entre dos apuestas idénticas, con la excepción de que la asignación de los resultados está invertida. En este ejemplo, estar indiferente entre el punto *B* del gráfico y un punto correspondiente a cero si el acontecimiento 2 tiene lugar y a _____ si el acontecimiento 1 tiene lugar. Determina este punto en el gráfico con la letra *C*.
- (f) Otra apuesta que representara la misma curva de indiferencia para Clotilde sería aquella con la cual perdería 5000 pesetas si sale cara y ganaría _____ pesetas si sale cruz. (Pista: para resolver este problema escribe una ecuación. En el lado izquierdo expresamos la utilidad si apostara y en el lado derecho expresamos la utilidad de disponer de 10000 - 5000 pesetas en el acontecimiento 1 y de disponer de 10000 + x en el acontecimiento 2. Determina ahora el valor de x y representa en el gráfico el punto correspondiente con la letra *D*. Dibuja ahora la curva de indiferencia completa con todos los puntos determinados.)
4. (Varian: 12.6.) Samuel Sendero se gana la vida vendiendo gafas de sol en el paseo marítimo de Benidorm. Si el sol está radiante, Samuel gana 30 duros, y si está lloviendo, gana solamente 10 duros. Para simplificar, supongamos que hay únicamente dos tipos de día, los soleados y los lluviosos.
- (a) Uno de los casinos de Benidorm proclama una nueva atracción publicitaria. Aceptan apuestas sobre si el día siguiente va a ser un día soleado o uno lluvioso. Venden “cupones de lluvia” fechados por 1 duro. Si al día siguiente está lloviendo, el casino entrega 2 duros por cada cupón de lluvia adquirido el día anterior, y si no llueve, el cupón no tiene ningún valor. Representa en un gráfico la “dotación” de consumo contingente de Samuel en el caso de que no compre ningún cupón.
- (b) En el mismo gráfico, representa la combinación de consumo contingente en el caso de lluvia y la combinación de consumo contingente en el caso de sol que puede obtener si compra 10 cupones de lluvia al casino.
- (c) En el mismo gráfico, traza la recta presupuestaria que representa todas las demás combinaciones de consumo que Samuel puede adquirir comprando cupones de lluvia.
- (d) Supongamos que el casino vende también “cupones de sol”. Estos cupones cuestan también 1 duro y el casino entrega 2 duros si al día siguiente no está lloviendo y 0 duros si llueve. En el gráfico anterior, traza la recta presupuestaria relativa a las combinaciones de consumo contingente que Samuel puede adquirir si compra los cupones de sol.
- (e) Si igualamos a 1 el precio de un duro de consumo cuando llueve, ¿cuál será el precio de un duro de consumo cuando brille el sol?

5. (Varian: 12.7.) Samuel Sendero, del problema precedente, tiene una función de utilidad relativa al consumo en los dos tipos de día de $u(c_s, c_l, \pi) = c_s^{1-\pi} c_l^\pi$, donde c_s es el valor monetario del consumo si el día es soleado, c_l es el valor monetario del consumo si el día es lluvioso y π es la probabilidad de que llueva. En nuestro caso la probabilidad de que llueva es $\pi = 0,50$.
- ¿Cuál es para Samuel la cantidad óptima de consumo contingente en caso de lluvia?
 - ¿Cuál es la cantidad óptima de cupones de lluvia que Samuel tendrá que comprar?
6. (Varian: 12.9.) Billy John Pigskin, de Mule Shoe, Tejas, presenta una función de utilidad de Bernoulli de la forma $u(c) = \sqrt{c}$. Billy John también se caracteriza porque pesa cerca de 300 kilos y corre más veloz que las liebres y los repartidores de pizzas. Forma parte del equipo de fútbol de la universidad, y si no sufre ninguna lesión seria, firmará un contrato de 1.000.000 de dólares con un equipo profesional. Si una lesión pone fin a su carrera deportiva, recibirá un contrato de 10.000 dólares como recogedor de basuras en su ciudad natal. Hay una probabilidad de 10% de que Billy John sufra una lesión lo suficientemente grave como para acabar con su futuro.
- ¿Cuál es la utilidad esperada de Billy John?
 - Si Billy John emplea p dólares en contratar un seguro que le resarcirá con 1.000.000 de dólares en el caso de que sufra una lesión que acabe con su carrera mientras está en la universidad, entonces estará seguro de disponer de un ingreso de 1.000.000 de dólares $-p$ independientemente de lo que le suceda. Escribe una ecuación que permita determinar el precio más elevado que Billy estará dispuesto a pagar para contratar un seguro de esta clase.
 - Resuelve esta ecuación para determinar el valor de p .
7. (Varian: 12.11.) *El equivalente de certidumbre* de una lotería es la cantidad de dinero que una persona tendría que recibir con certeza para que su satisfacción fuera idéntica a aquella que obtendría si realmente participara en esa lotería. Supongamos que tu función de utilidad de von Neumann-Morgenstern relativa a una lotería que te proporcionara la cantidad x si el acontecimiento 1 tiene lugar y la cantidad y si este acontecimiento no tiene lugar es $U(x, y, \pi) = \pi\sqrt{x} + (1-\pi)\sqrt{y}$, donde π es la probabilidad de que el acontecimiento 1 tenga lugar y $1-\pi$ es la probabilidad de que no tenga lugar.
- Si $\pi = 0,5$, calcula la utilidad de una lotería cuyo premio es de 10.000 duros si el acontecimiento 1 se produce y de 100 si no se produce.
 - Si estuvieras seguro de que ganarías 4.900 duros, ¿cuál sería tu utilidad?
 - Dada esta función de utilidad y $\pi = 0,5$, escribe una expresión general para el equivalente de certidumbre de una lotería cuyo premio sea x duros si el acontecimiento ocurre e y duros si no ocurre.
 - Calcula el equivalente de certidumbre de una lotería cuyo premio sea de 10.000 duros si el acontecimiento 1 ocurre y de 100 duros si no ocurre.

8. (Varian: 12.12.) Domitilio Parmesano es una persona contraria a correr riesgos que trata de maximizar el valor esperado de \sqrt{c} , donde c representa la riqueza de que dispone. Domitilio posee 50.000 duros en activos seguros y también es propietario de una casa ubicada en una zona donde se producen muchos incendios forestales. Si su casa se incendia, lo que quede de la casa y el terreno sobre el cuál está construida tendrían un valor de únicamente 40.000 duros, con lo que su riqueza supondría un total de 90.000 duros. Si su casa no se incendia, su valor asciende a 200.000 duros y su riqueza en este caso totalizará 250.000 duros. La probabilidad de que su casa se incendie es de 0,01.
- (a) Calcula la utilidad esperada de Domitilio en el caso de que no contrate un seguro contra incendios.
 - (b) Calcula el equivalente de certidumbre de la lotería que corresponde a su situación en el caso de que no se asegure contra los incendios.
 - (c) Supongamos que Domitilio contrata un seguro al precio de 1 duro por cada 100 duros de valor asegurado. Por ejemplo, si contrata un seguro por valor de 100.000 duros, pagará 1.000 duros a la compañía aseguradora independientemente de lo que suceda, pero si su casa se incendia recibirá además 100.000 duros de la compañía aseguradora. Si Domitilio contrata un seguro por valor de 160.000 duros, su patrimonio estará íntegramente asegurado. ¿Cuál es su riqueza total en caso de incendio ahora? ¿Y si no ocurre incendio?
 - (d) Por consiguiente, si Domitilio contrata un seguro a todo riesgo, ¿cuál es el equivalente de certidumbre de su patrimonio? ¿Cuánto es su utilidad esperada?