Notas y Ejercicios sobre Elección

El enfoque adoptado en el primer capítulo, sobre Preferencias, era que las elecciones de la gente eran dictadas por sus preferencias. Un enfoque distinto, que es el que analizaremos en este capítulo es que las elecciones de la gente se derivan de una "estructura de elección". Según este enfoque, las elecciones adoptadas por la gente son lo más "primitivo" (no hay nada, en particular, no hay preferencias, que dicten las elecciones).

Una estructura de elección en un conjunto X es un par $(\mathcal{B}, C(\cdot))$ en el cual:

1. $\mathcal{B}$ es un conjunto de subconjuntos de X : cada $B \in \mathcal{B}$ es un subconjunto de X, $B \subseteq X$. A cada B lo llamaremos un conjunto presupuestal (no tiene porqué tener la estructura de una restricción presupuestal, el nombre es sólo para fijar ideas). El conjunto $\mathcal{B}$ debe ser pensado como la lista de todos los conjuntos posibles que el consumidor podría llegar a enfrentar en sus problemas de elección. En general, serán restricciones presupuestales, pero $\mathcal{B}$ podría incluir conjuntos más "raros", como por ejemplo el que enfrenta un consumidor al que subsidian con 30 flautas por mes (en un gráfico con flautas y "otros bienes" en los ejes, esto da una restricción presupuestal quebrada).

2. $C(\cdot)$ es una *regla de elección*: es una función que le asigna a cada B en $\mathcal{B}$ un subconjunto no vacío de B. Es decir, $C(B) \subseteq B$ para todo $B \in \mathcal{B}$. En principio, $C(B)$ puede tener más de un elemento (piensen por ejemplo en alguien que tiene una función de utilidad $x_1 + x_2$ y los precios de ambos bienes son iguales: le da lo mismo cualquier canasta que gaste todo el ingreso). $C(B)$ son todas las canastas que el consumidor "podría" elegir.

Ejemplo 1: Sea $X = \{x, y, z\}$ y $\mathcal{B} = \{\{x, y\}, \{x, y, z\}\}$. Una estructura de elección posible es $E_1 = (\mathcal{B}, C_1(\cdot))$ donde $C_1(\{x, y\}) = \{x\}$ y $C_1(\{x, y, z\}) = \{x\}$. Otra estructura de elección posible es $E_2 = (\mathcal{B}, C_2(\cdot))$ donde $C_2(\{x, y\}) = \{x\}$ y $C_2(\{x, y, z\}) = \{x, y\}$.

Así como dijimos que completitud y transitividad eran propiedades razonables de las preferencias, cuando se trabaja con estructuras de elección, podemos pensar en qué tipo de propiedades son razonables. Una propiedad muy utilizada para estructuras de elección es el Axioma Débil de la Preferencia Revelada.

La estructura de elección $(\mathcal{B}, C(\cdot))$ satisface el **Axioma Débil de la Preferencia Revelada** (ADPR) si se cumple que:

$$\left.\begin{array}{c} x, y \in B \\ x \in C(B) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{ \left.\begin{array}{c} x, y \in B' \\ y \in C(B') \end{array}\right\} \Rightarrow x \in C(B') \right\}$$

En palabras, el axioma nos dice que si alguna vez observamos que cuando x e y estaban disponibles, la persona eligió x, deberíamos esperar que en otros problemas, si están x e y disponibles, y se eligió y, también x debería ser elegido (o aceptable). En particular, imaginemos que $C(\{x, y\}) = \{x\}$, entonces no podemos tener $C(\{x, y, z\}) = \{y\}$.

Ejercicio 2. Suponga que $C(\{x, y\}) = \{x\}$. ¿Cuál de las siguientes es posible? Si alguna es imposible, demostrar: $C(\{x, y, z\}) =$: **a)** $\{y\}$; **b)** $\{x, y\}$; **c)** $\{z\}$; **d)** $\{x, z\}$;**e)** $\{x\}$.

Otra forma de plantear el ADPR es definiendo a partir de la estructura de elección una relación de preferencias que llmaremos la relación de preferencia revelada. Dada una estructura de elección $E = (\mathcal{B}, C(\cdot))$, la **relación de preferencia revelada** $\succeq^E$ se define mediante

$$x \succeq^E y \Leftrightarrow \text{ existe } B \in \mathcal{B} \text{ tal que } x, y \in B \text{ y } x \in C(B).$$

En palabras, x *se reveló al menos tan bueno como* y de acuerdo a $E = (\mathcal{B}, C(\cdot))$ si alguna vez estaban ambos disponibles, y el individuo eligió x. A veces también diremos que x *se reveló preferido* y si para algún B, $x \in C(B)$, pero $y \notin C(B)$ (vendría a ser como la preferencia estricta). La relación de preferencia revelada $\succeq^E$ no tiene porqué ser ni completa ni transitiva. En particular, para que sea completa se necesita que exista algún B tal que $x, y \in B$ y $x \in C(B)$ ó $y \in C(B)$.

Ejemplo 3. Este ejemplo presenta, para $X = \{x, y, z\}$, dos estructuras de elección que generan relaciones de preferencia revelada que no son completas.
Ejemplo 3.A. Para $\mathcal{B}_1 = \{\{x, z\}, \{x, y, z\}\}$ y $C_1(\{x, z\}) = C_1(\{x, y, z\}) = \{z\}$ y $E_1 = (\mathcal{B}_1, C_1(\cdot))$, tenemos que la persona nunca eligió x o y, y por lo tanto, no se cumple ni $x \succeq^{E_1} y$ ni $y \succeq^{E_1} x$.
Ejemplo 3.B. Para $\mathcal{B}_2 = \{\{x\}, \{x, z\}\}$, sea cual sea C_2, la relación de preferencia revelada nunca podrá ranquear a x e y.

Ahora sí, otra forma de plantear el ADPR es: La estructura $E = (\mathcal{B}, C(\cdot))$ satisface el ADPR si siempre que x se revela al menos tan bueno como y, y no se revela preferido a x.

Ejemplo 4. En este ejemplo analizamos las estructuras de elección presentadas en el Ejemplo 1, y verisficamos si satisfacen el axioma débil. Para E_1, tenemos que $x \succeq^{E_1} z$ y que $x \succeq^{E_1} y$. Para violar el ADPR, tendríamos que tener que z o y se revelen preferidos a x, y eso no se da nunca. En otras palabras, tendríamos que observar que alguna vez se eligió z y no x (o y, y no x), pero eso no sucede. Por lo tanto, E_1 satisface el ADPR.

La estructura E_2 viola el axioma débil. Para ver porqué notamos que como $C_2(\{x, y, z\}) = \{x, y\}$, tenemos $y \succeq^{E_2} x$. Pero como $C_2(\{x, y\}) = \{x\}$, x se reveló preferido a y, lo que contradice el ADPR.