Pontificia Universidad Católica de Chile
Instituto de Economía
Primer Semestre de 2005

Microeconomía I

EAE 210 B

Profesor :	Felipe Zurita
	fzurita@faceapuc.cl
Horario clases:	LW 10^{00} hrs., sala 109
Atención de alumnos :	Pedir hora por *email.*
Ayudantes :	Felipe Varas
	Juan José Matta
Horario ayudantías:	V 11^{30}, sala 225.
Este semestre:	http://cursos.puc.cl/eae210b-3/
Material histórico:	

http://www.economia.puc.cl/profesores/fzurita/M1.htm

1 Objetivo y descripción

Este curso desarrolla el análisis microeconómico tradicional, esto es, la aplicación sistemática de la hipótesis de racionalidad en la toma de decisiones en el estudio del mercado como mecanismo de organización de la actividad económica.

Los temas a tratar incluyen las teorías del consumidor y del productor, el análisis de mercados bajo competencia perfecta e imperfecta, tanto en equilibrio parcial como general. Además se desarrollan ciertos elementos de teoría de juegos y una breve introducción al análisis de la incertidumbre.

Si bien el curso es predominantemente teórico, las aplicaciones de la teoría reciben especial atención. No existe un texto base para el curso, pero los apuntes escritos por Bernardita Vial y el profesor estarán disponibles en la página web. De todas formas, es recomendable complementar su lectura con algún texto. Se recomienda “Teoría Microeconómica: Principios Básicos y Ampliaciones”, de Walter Nicholson y editado por Thomson, octava edición, 2004, aunque se advierte que el nivel matemático del libro es generalmente inferior al del curso. El libro “Microeconomía: Cuestiones y Problemas Resueltos”, de Emilio Congregado, Antonio Golpe y María Teresa Leal, editado por Pearson Educación, 2002, desarrolla y propone ejercicios a un nivel bastante cercano al de este curso, por lo que puede ser un complemento muy útil en el estudio.

Otros libros que contienen el material que se cubrirá en el curso son:

- Frank, Robert H., "Microeconomía y Conducta", McGraw-Hill, 1992.
- Hirshleifer, Jack y Amihai Glazer, "Microeconomía, Teoría y Aplicaciones", Prentice Hall, quinta edición, 1994.
- Varian, Hal, "Microeconomía: un Enfoque Moderno", Antoni Bosch, tercera edición, 1993.
- Fontaine, Ernesto, "Teoría de los Precios", Ediciones Universidad Católica, tercera edición, 1992.
- Fernández de Castro, Juan y Juan Tugores, "Fundamentos de Microeconomía", McGraw-Hill, segunda edición, 1997. (En las lecturas sugeridas más abajo se hace referencia a este libro, y no al siguiente, de los mismos autores.)
- Fernández de Castro, Juan y Juan Tugores, "Microeconomía", McGraw-Hill, 1998.
- Layard, Richard y Alan Walters, "Microeconomic Theory", McGraw-Hill, 1978.

Por otro lado, este curso presupone que el alumno está familiarizado con la optimización matemática (optimización de funciones de más de una variable, sin y con restricciones –en particular, los métodos de Lagrange y de Kuhn y Tucker). Es muy recomendable, entonces, estudiar el apéndice de los apuntes de clase sobre optimización (en la página web), el Trabajo Docente No. 57, "Modelos de Optimización", de Gonzalo Edwards, o revisar algún libro como "Métodos Fundamentales de Economía Matemática" de Alpha Chiang (McGraw-Hill, 3a edición, 1987; 330.0151 C532f.E 1987, capítulos 12 y 21).

2 Programa

I. Elección Individual

(1) Decisiones y Preferencias

a. Preferencias y utilidad.
b. Aplicaciones: consumidor en mercados competitivos, consumo intertemporal y otros.
c. Noción de bienestar.

(2) Incertidumbre

a. Estados de la naturaleza.

b. Utilidad esperada.
c. Aversión al riesgo.

(3) Demanda Individual y Bienestar

a. Propiedades de la función de demanda.
b. Elasticidades. Dualidad.
c. Bienestar: Variación Equivalente, Variación Compensatoria, Excedente.
d. Preferencias reveladas.

(4) Oferta Individual

a. Funciones de producción.
b. Costos.
c. Maximización de ganancias.

II. Equilibrio

(1) Competencia Perfecta

a. Equilibrio walrasiano.
b. Equilibrio parcial.
c. Equilibrio general.

(2) Teoría de Juegos

a. Mejor respuesta.
b. Equilibrio de Nash.
c. Juegos dinámicos y perfección.

(3) Competencia Imperfecta

a. Monopolio y monopsonio.
b. Oligopolio: Cournot, Bertrand, Stackelberg.
c. Carteles y acuerdos colusivos.

3 Evaluación

Las pruebas cubren las materias no cubiertas en pruebas anteriores; el examen cubre todo el curso.

Los controles se toman en la hora de ayudantía. Para evitar que razones de fuerza mayor e imprevistos afecten la nota final, se elimina la peor nota de tarea o control.

Las ponderaciones asignadas a cada evaluación son las siguientes:

Ponderaciones	
Controles y tareas	25%
Primera prueba	20%
Segunda prueba	20%
Examen final	35%

4 Aspectos Administrativos

- Las inasistencias a pruebas y controles no se justifican:
  - En el caso de las pruebas, el porcentaje correspondiente se suma automáticamente al del examen.
  - En el caso de los controles, se obtiene un 1,0.
  - Las tareas se entregan en el horario de clases del día asignado (salvo las que se envían en formato electrónico en la página web); no hay postergaciones ni excusas. No se reciben tareas fuera de plazo o entregadas a algún ayudante.
- Solicitudes de recorrección:
  - Se hacen directamente al profesor, como máximo siete días después de la entrega de la prueba o control.
  - Se explican y fundamentan por escrito, en el formulario disponible en la página web del curso.
  - No tendrá derecho a recorrección una prueba escrita total o parcialmente con lápiz mina (grafito).

MICROECONOMÍA I
EAE 210 B
Primer Semestre de 2005

PROFESOR: Felipe Zurita
AYUDANTES: Juan José Matta
Alejandra Medina
Felipe Varas

Primer Control

Tiempo Total: 70 minutos
Puntaje Total: 100 puntos

IMPORTANTE:

- No se recorrigen pruebas con lápiz grafito (aunque sólo sea en una parte).
- Se prohibe el uso de calculadoras alfanuméricas.
- Las respuestas deben ir en grupos separados de hojas.

1. *Optimización* [60 puntos]

Considere el siguiente problema:

$$\max f(x_1, x_2) = \left(x_1 - \frac{9}{5}\right)^2 + (x_2 - 2)^2$$
$$\text{sujeto a :}$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 12$$
$$-2x_1 + 2x_2 \leq 3$$
$$2x_1 - x_2 \leq 4$$
$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$
$$x_1 \geq 0$$
$$x_2 \geq 0$$

(a) [10 puntos] Dibuje y caracterice completamente al conjunto descrito por las restricciones.

(b) [10 puntos] Escriba el lagrangeano asociado, y las condiciones de Kuhn-Tucker.

(c) [40 puntos] Resuelva el problema. No olvide las condiciones de segundo orden cuando corresponda.

2. *Tiempo de elecciones* [40 puntos]

Existen tres precandidatos: A, B y L. Estamos en tiempos de campaña. Una consultora encuesta a tres votantes, llamados 1, 2 y 3 (hemos mantenido sus identidades en secreto). La siguiente tabla indica sus respuestas a las preguntas: "si hoy tuviera que escoger entre los siguientes **dos** candidatos, ¿por cuál de ellos votaría?":

	1	**2**	**3**
A y B	B	A	A
B y L	B	B	L
A y L	L	A	L

(a) [10 puntos] ¿Puede escribir una relación de preferencias para cada encuestado que sea coherente con sus respuestas?

(b) [10 puntos] Escriba dos funciones de utilidad que representen a la preferencia de cada uno de los encuestados para los cuales su respuesta a (a) haya sido afirmativa.

(c) Suponga que la votación se lleva a cabo sólo con esos tres votantes, que sólo hay dos candidatos, y que gana el candidato que obtenga dos o más votos (la mayoría).

i. [10 puntos] ¿Qué candidato ganaría si compitieran A y B? ¿Y si compitieran B y L? ¿Y si compitieran A y L?

ii. [10 puntos] Basándose en su respuesta a (c.i.), ¿existe una relación de preferencias de la cual se deduzcan las decisiones del **grupo** compuesto de estos tres votantes? Explique claramente.

MICROECONOMÍA I EAE 210 B Primer Semestre de 2005	PROFESOR: Felipe Zurita AYUDANTES: Juan José Matta Alejandra Medina Felipe Varas

Primera Prueba

Tiempo Total: 80 minutos

Puntaje Total: 80 puntos

1. *Preguntas cortas* [30 puntos en total]

   (a) [9 puntos] "El individuo x tiene una función de utilidad cuasicóncava".

      i. ¿Qué significa esta frase?

      ii. En el caso de un consumidor, ¿qué nos dice sobre su comportamiento?

      iii. ¿Y en el caso de un inversionista en una situación de riesgo?

   (b) [9 puntos] Para un individuo cuya función de utilidad depende del ingreso y del ocio, las siguientes son buenas razones para trabajar poco:

      i. Que paguen poco.

      ii. Ser flojo.

      iii. No poder trabajar más.

      Comente, apoyando su respuesta en gráfico(s).

   (c) [5 puntos] Un consumidor saciado del consumo de algún bien tiene una utilidad marginal del ingreso de 0 (es decir, $\lambda = 0$).

   (d) [7 puntos] Su pololo(a) se gasta todo el ingreso en cigarrillos (x_1) y café (x_2). Usted quiere hacerle un regalo útil. Por el teorema de la envolvente, debe ser cierto que da lo mismo que Ud. le regale un billete de \$ 5.000, cigarrillos por \$ 5.000 o café por \$ 5.000.

2. *Consumo, ahorro e inversión* [25 puntos]

   Considere un individuo que vive dos períodos, $t = 0$ y $t = 1$, cuyas preferencias se pueden representar mediante la función $u(c_0, c_1) = c_0 c_1$, donde c_t denota el consumo en el período t. Su dotación consiste en un ingreso de \$100 en $t = 0$ y nada en $t = 1$. Además tiene la posibilidad de invertir en **alguno** de los siguientes dos proyectos (mutuamente excluyentes):

Proyecto 1:	$g(x) = 10x^{\frac{1}{2}}$
Proyecto 2:	$g(x) = 20x^{\frac{1}{4}}$

   Ambos son perfectamente divisibles; x denota al monto invertido, y $g(x)$ al retorno bruto.

   (a) [15 puntos] ¿Cuánto invierte, y en qué proyecto? ¿Cuánto consume en cada período? Grafique y explique claramente.

   (b) [10 puntos] Suponga en cambio que existe un mercado de crédito, que permite prestar (ahorrar en $t = 0$) o pedir prestado (endeudarse en $t = 0$) a la tasa de interés $r = 10\%$. ¿Le conviene invertir en el mismo proyecto que antes? ¿Cambia el consumo en cada período? Explique intuitivamente.

3. *Decisiones con riesgo* [25 puntos]

   Un individuo debe elegir entre dos carreras universitarias, A y B. La carrera A lo conduce a un trabajo estable, en que ganaría \$125 con certeza. La carrera B, en cambio, a uno riesgoso, en que con probabilidad 0.7 ganaría \$225, y con probabilidad 0.3 ganaría \$25. El costo de ambas carreras es el mismo, pero el individuo no cuenta con recursos, por lo que debe pedir un préstamo para financiarlo. Su función Bernoulli está dada por $u(c) = 100\sqrt{c}$, donde c corresponde al ingreso disponible para el consumo al momento de egresar (es decir, el sueldo menos el pago por el crédito).

   (a) [5 puntos] Suponga que el monto que debe pagar por el crédito al egresar es \$25. ¿Cuál de las dos carreras escoge? Grafique.

   (b) [10 puntos] Suponga en cambio que ahora se establece un sistema de crédito universitario, bajo el cual la cuota a pagar es un 20% del sueldo al egresar (es decir, en vez de pagar \$25 fijos por el crédito, paga el 20% de su ingreso). ¿Cambia su decisión? Grafique y explique la intuición de su resultado.

   (c) [10 puntos] Volvamos a la situación en (a). ¿Es posible replicar con algún contrato de seguro el **mismo** perfil de consumo riesgoso que se consigue con el crédito universitario? Si es así, indique los términos del contrato: evento asegurado (siniestro), prima y monto asegurado (indemnización). ¿Sería actuarialmente justa esa prima?

Pauta

AL USAR LA PAUTA, TENGA PRESENTE QUE:

És sólo una pauta. Cada respuesta que aquí se ofrece **no es** la única respuesta correcta. Por otro lado, **no se espera** que las respuestas que Ud. dio en la prueba tengan esta extensión.

1. *Preguntas cortas* [30 puntos en total]

   (a) [9 puntos] "El individuo x tiene una función de utilidad cuasicóncava".

   i. ¿Qué significa esta frase?
   R: Significa que la función de utilidad es cóncava, o una transformación monótona creciente de alguna función cóncava. La característica distintiva de una función de utilidad cuasicóncava es que tiene un mapa de curvas de indiferencia convexas, esto es, TMS decreciente.

   ii. En el caso de un consumidor, ¿qué nos dice sobre su comportamiento?
   R: Las curvas de indiferencia convexas representan preferencias por la variedad: el consumidor siempre prefiere la mezcla a dos canastas entre las que esté indiferente.

   iii. ¿Y en el caso de un inversionista en una situación de riesgo?
   R: Si el inversionista tiene una función de utilidad de la forma de utilidad esperada (von Neumann - Morgenstern), entonces es averso al riesgo si y sólo si sus curvas de indiferencias son convexas. Esto es, la preferencia por la variedad es en este contexto aversión al riesgo. Si, en cambio, nos refiriéramos a la función Bernoulli, saber que ella es cuasicóncava no nos dice nada sobre la aversión al riesgo del individuo. En efecto, una función Bernoulli cóncava representa a un averso al riesgo, mientras una convexa a un amante del riesgo; cualquier función Bernoulli monótona es cuasicóncava, sea cóncava o convexa.

   (b) [9 puntos] Para un individuo cuya función de utilidad depende del ingreso y del ocio, las siguientes son buenas razones para trabajar poco:

   i. Que paguen poco.

   ii. Ser flojo.

   iii. No poder trabajar más.

   Comente, apoyando su respuesta en gráfico(s).

   R: En el primer caso, el salario es muy bajo. Un salario bajo significa un premio bajo por abstenerse de consumir ocio, lo que podría explicar (aunque no obliga a) que el individuo consuma mucho ocio. Un aumento en el salario lo haría trabajar más (salvo que el efecto ingreso domine al efecto sustititución).

En el segundo caso, las preferencias favorecen marcadamente al ocio, siendo las curvas de indiferencia cercanas a horizontales respecto del ingreso.

En el tercer caso lo que difiere es la disponibilidad total de tiempo (T): dos individuos idénticos en todo, incluyendo salario y preferencias, pero que tienen una cantidad de tiempo disponible diferente, van a trabajar un número distinto de horas.

Graficar todo.

(c) [5 puntos] Un consumidor saciado del consumo de algún bien tiene una utilidad marginal del ingreso de 0 (es decir, $\lambda = 0$).

*R: $\lambda = 0$ sólo si está saciado de **todos** los bienes. Si hay al menos un bien del que no está saciado, la máxima utilidad que puede alcanzar aumenta si le aumenta el ingreso, porque puede comprar más de ese bien (es decir, $\lambda > 0$).*

(d) [7 puntos] Su pololo(a) se gasta todo el ingreso en cigarrillos (x_1) y café (x_2). Usted quiere hacerle un regalo. Por el teorema de la envolvente, debe ser cierto que a él (ella) le da lo mismo que usted le regale un billete de \$ 5.000, cigarrillos por \$ 5.000 o café por \$ 5.000.

R: En el óptimo tenemos que $\lambda = \frac{1}{p_1}\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{1}{p_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}$. Pero por Teorema de la Envolvente, λ es la utilidad marginal del ingreso. Eso implica que el aumento en la utilidad es igual si le dan los \$5.000 (aumenta ingreso), un regalo de \$5.000 en cigarrillos (por lo que le regalan $\frac{5.000}{p_1}$ cigarrillos) o en café (por lo que le regalan $\frac{5.000}{p_2}$ unidades de café). Es decir, a él o ella le daría lo mismo.

2. *Consumo, ahorro e inversión* [25 puntos]

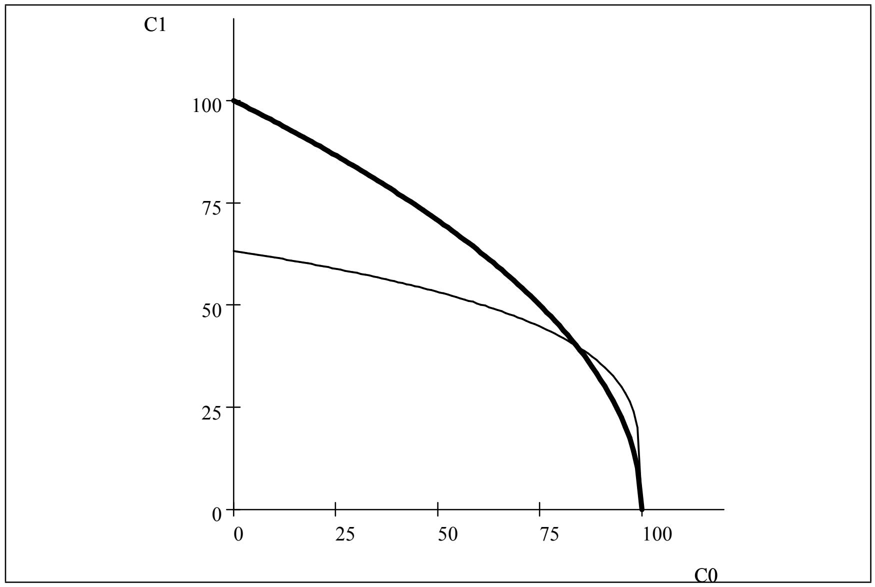
Considere un individuo que vive dos períodos, $t = 0$ y $t = 1$, cuyas preferencias se pueden representar mediante la función $u(c_0, c_1) = c_0 c_1$, donde c_t denota el consumo en el período t. Su dotación consiste en un ingreso de \$100 en $t = 0$ y nada en $t = 1$. Además tiene la posibilidad de invertir en **alguno** de los siguientes dos proyectos (mutuamente excluyentes):

Proyecto 1:	$g(x) = 10x^{\frac{1}{2}}$
Proyecto 2:	$g(x) = 20x^{\frac{1}{4}}$

Ambos son perfectamente divisibles; x denota al monto invertido, y $g(x)$ al retorno bruto.

(a) [15 puntos] ¿Cuánto invierte, y en qué proyecto? ¿Cuánto consume en cada período? Grafique y explique claramente.

R: Gráficamente, los dos proyectos se representan en el plano $c_0 - c_1$ como*:*



porque:

$$x = 100 - c_0 \Rightarrow c_1 = g(x) = g(100 - c_0)$$

Resolvemos el problema de escoger el perfil de consumo (y por tanto la inversión) para cada elección de proyecto, y luego comparamos la máxima utilidad alcanzable con cada proyecto:
Proyecto 1:

$$\begin{aligned}
\max_{c_0} u(c_0) &= c_0 * 10 (100 - c_0)^{\frac{1}{2}} \\
\frac{\partial u}{\partial c_0} &= 10\sqrt{100 - c_0} - 5\frac{c_0}{\sqrt{100 - c_0}} = 0 \Rightarrow c_0^* = \frac{200}{3} \\
\left.\frac{\partial^2 u}{\partial c_0^2}\right|_{c_0^*} &= -\frac{991}{400}\sqrt{3} < 0 \\
u^* &= \frac{200}{3} * 10 \left(100 - \frac{200}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{20\,000}{9}\sqrt{3} = 3849
\end{aligned}$$

: *El valor de* c_0 *de* $\frac{200}{3}$ *satisface la CPO y la CSO; la máxima utilidad con el proyecto 1 es entonces de* 3849 *utiles, que se obtiene con el perfil* $(c_0, c_1) = \left(\frac{200}{3}, 100 - \frac{200}{3}\right) = \left(\frac{200}{3}, \frac{100}{3}\right)$.
En el caso del proyecto 2, similarmente, tenemos:

$$\begin{aligned}
\max_{c_0} u(c_0) &= c_0 * 20 (100 - c_0)^{\frac{1}{4}} \\
\frac{\partial u}{\partial c_0} &= 20\sqrt[4]{100 - c_0} - 5\frac{c_0}{(100 - c_0)^{\frac{3}{4}}} = 0 \Rightarrow c_0^* = 80 \\
\left.\frac{\partial^2 u}{\partial c_0^2}\right|_{c_0^*} &= -\frac{5}{4}\sqrt[4]{20} < 0 \\
u^* &= 80 * 20 (100 - 80)^{\frac{1}{4}} = 1600\sqrt[4]{20} = 3383.6 < 3849
\end{aligned}$$

por lo que el proyecto escogido es el 1.

(b) [10 puntos] Suponga en cambio que existe un mercado de crédito, que permite prestar (ahorrar en $t=0$) o pedir prestado (endeudarse en $t=0$) a la tasa de interés $r=10\%$. ¿Le conviene invertir en el mismo proyecto que antes? ¿Cambia el consumo en cada período? Explique intuitivamente.

R: Sabemos por Teorema de Separación que la utilidad se maximiza cuando: i) la inversión maximiza el Valor Actual Neto (VAN) del proyecto (porque ello equivale a maximizar el conjunto de posibilidades de consumo), y ii) el perfil de consumo maximiza la utilidad sujeto al conjunto de posibilidades de consumo ya maximizado en i).

Lo primero sabemos que se logra con la tangencia: $\max VAN = \left(-x + \frac{g(x)}{1.1}\right)$

$\Rightarrow$*CPO:* $g'(x) = 1.1$ *(CSO se cumplen por concavidad de* $g(x)$*, como se ve en el gráfico anterior)*

Proyecto 1: $g'(x) = \frac{5}{\sqrt{x}} = 1.1 \Rightarrow x = 20.661$

$\Rightarrow VAN = -20.661 + \frac{10(20.661)^{\frac{1}{2}}}{1.1} = 20.661$

Proyecto 2: $g'(x) = \frac{5}{x^{\frac{3}{4}}} = 1.1 \Rightarrow x = 7.5296$

$\Rightarrow VAN = -7.5296 + \frac{20(7.5296)^{\frac{1}{4}}}{1.1} = 22.589$

Luego, elige el proyecto 2. Para determinar consumo:

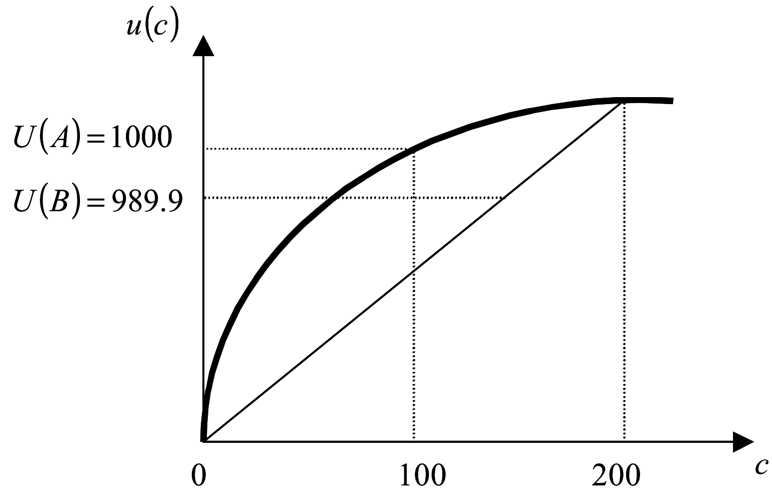
$$\begin{aligned}
\max \mathcal{L} &= c_0 c_1 + \lambda\left(122.589 - c_0 - \frac{c_1}{1.1}\right) \\
\frac{u_0}{u_1} &= \frac{c_1}{c_0} = 1.1 \Rightarrow c_1 = 1.1c_0 \\
122.589 &= c_0 + \frac{1.1c_0}{1.1} \\
&\Rightarrow c_0^* = 61.295 \text{ y } c_1^* = 1.1 * 61.295 = 67.425
\end{aligned}$$

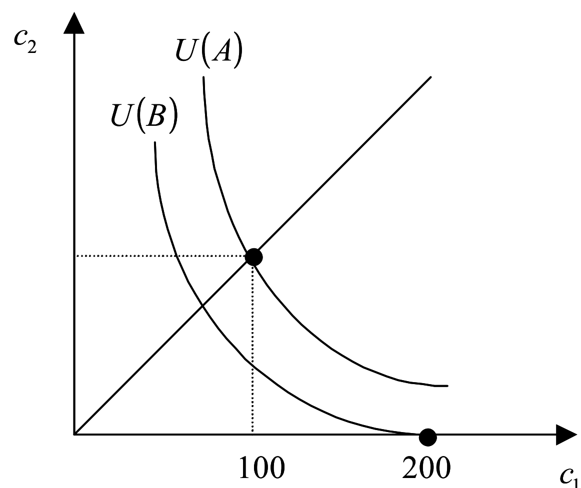
En el gráfico deberían poner tanto el nivel de inversión como el nivel de consumo de ambos períodos.

3. *Decisiones con riesgo* [25 puntos]
Un individuo debe elegir entre dos carreras universitarias, A y B. La carrera A lo conduce a un trabajo estable, en que ganaría \$125 con certeza. La carrera B, en cambio, a uno riesgoso, en que con probabilidad 0.7 ganaría \$225, y con probabilidad 0.3 ganaría \$25. El costo de ambas carreras es el mismo, pero el individuo no cuenta con recursos, por lo que debe pedir un préstamo para financiarlo. Su función Bernoulli está dada por $u(c) = 100\sqrt{c}$, donde c corresponde al ingreso disponible para el consumo al momento de egresar (es decir, el sueldo menos el pago por el crédito).

(a) [5 puntos] Suponga que el monto que debe pagar por el crédito al egresar es \$25. ¿Cuál de las dos carreras escoge? Grafique.

R: $U(A) = 100\sqrt{100} = 1000$
$U(B) = 0.7\sqrt{200}100 = 989.95$
Luego, elige A.Gráficamente, hay dos maneras de verlo:





(b) [10 puntos] Suponga en cambio que ahora se establece un sistema de crédito universitario, bajo el cual la cuota a pagar es un 20% del sueldo al egresar (es decir, en vez de pagar \$25 fijos por el crédito, paga el 20% de su ingreso). ¿Cambia su decisión? Grafique y explique la intuición de su resultado.
R: su decisión cambia, y esto se debe a que el perfil de consumo en carrera B se hace más suave ("menos riesgoso"). Graficar.

(c) [10 puntos] Volvamos a la situación en (a). ¿Es posible replicar con algún contrato de seguro el **mismo** perfil de consumo riesgoso que se consigue con el crédito universitario? Si es así, indique los términos del contrato: evento asegurado (siniestro), prima y monto asegurado (indemnización). ¿Sería actuarialmente justa esa prima?
R: Sí se puede.

El evento asegurado es obtener sueldo bajo en carrera B. La prima sería la que satisface:

$$\begin{aligned} 225 - 25 - P &= 0.8 * 225 \\ &\Rightarrow P = 20 \end{aligned}$$

El monto asegurado M sería el que satisface:

$$\begin{aligned} 25 - 25 - P + M &= 0.8 * 25 \\ &\Rightarrow -20 + M = 0.8 * 25 \\ &\Rightarrow M = 40 \end{aligned}$$

La prima no es actuarialmente justa, porque el valor esperado del seguro es positivo para el alumno:

$$E[x] = 0.7 * (40) - 20 = 8 > 0$$

MICROECONOMÍA I
EAE 210 B
Primer Semestre de 2005

PROFESOR: Felipe Zurita
AYUDANTES: Juan José Matta
Alejandra Medina
Felipe Varas

Segundo Control

Tiempo Total: 70 minutos
Puntaje Total: 100 puntos

1. [60 puntos] Una ciudad necesita un relleno sanitario y está decidiendo su ubicación. Existen dos lugares en que se podría ubicar al relleno, a y b, en cada uno de los cuales vive una persona: en a vive A, y en b vive B. Ambos tienen idénticas preferencias (definidas sobre canastas de bienes de consumo y entorno) representadas por la función:

$$u = x_1 x_2 E$$

donde x_1 y x_2 son cantidades del bien 1 y 2, respectivamente, y E mide la calidad del entorno, tomando el valor $E = 4$ si el relleno no se instala en su localidad, y $E = 1$ si lo hace. Ambos consumidores enfrentan los mismos precios, pero tienen un ingreso diferente:

$$m_A = 1.000 \quad \text{y} \quad m_B = 500$$
$$p_1 = p_2 = 100$$

   (a) [20 puntos] Si el Fisco tuviera que compensar al vecino afectado por la instalación del relleno en su localidad mediante un pago directo, ¿en qué localidad tendría que pagar una compensación menor? Calcule.

   (b) [25 puntos] Si en vez de compensar con un pago directo se decide a compensar con un subsidio al precio del bien 1, de modo que el nuevo precio pagado por el consumidor fuera $p_1' = 100\,(1 - s)$, ¿de qué tasa tendría que ser el subsidio y cuál sería el costo fiscal asociado a él en cada localidad?

   (c) [15 puntos] Compare el costo fiscal asociado a poner el relleno sanitario calculado en a) con el de b). Explique por qué son diferentes, utilizando gráficos.

2. [40 puntos] Considere una sociedad compuesta por n consumidores idénticos en todo sentido, que compran los bienes 1 y 2 en mercados perfectamente competitivos. Cada consumidor tiene preferencias homotéticas, una elasticidad precio de su demanda hicksiana por el bien 1 de $\eta_{11}^{H} = -1$, y gasta la mitad de su ingreso en cada bien. Su ingreso, por otra parte, proviene en un ciento por ciento de la propiedad de un enésimo de la única empresa existente. Es decir, todos los consumidores son accionistas en partes iguales de esta empresa, y tienen por tanto un ingreso monetario igual al dividendo que la empresa reparta.

   La empresa produce $\overline{X}_1$ unidades del bien 1 y $\overline{X}_2$ unidades del bien 2, que vende a los precios p_1 y p_2; como la empresa no tiene costos de operación, y reparte todas las utilidades como dividendo, el ingreso de cada inversionista es de:

$$m = \frac{1}{n}\left(p_1\overline{X}_1 + p_2\overline{X}_2\right)$$

   Observe que esto significa que, desde el punto de vista de las cuentas nacionales de esta economía, el PIB nominal es de $M = nm$, el que a su vez coincide con la masa monetaria.

   Suponga que, a raíz de un progreso técnico, la empresa aumenta la producción del bien 2 en un 50% manteniendo sus costos en 0.

   (a) [10 puntos] Demuestre que las variaciones porcentuales de las cantidades demandadas de cada bien están, para cada consumidor, dadas por:

$$\begin{aligned}
\Delta\%x_1 &= \eta_{11}^{M}\Delta\%p_1 + \eta_{12}^{M}\Delta\%p_2 + \eta_{1m}^{M}\Delta\%m \\
\Delta\%x_2 &= \eta_{21}^{M}\Delta\%p_1 + \eta_{22}^{M}\Delta\%p_2 + \eta_{2m}^{M}\Delta\%m
\end{aligned}$$

   AYUDA: La diferencial total de las funciones de demanda puede ser un buen punto de partida.

   (b) [5 puntos] Observe que, como el ingreso monetario de cada individuo es una fracción del PIB nominal, y como éste debe permanecer constante, entonces el ingreso monetario de cada consumidor no cambia. Explique, entonces, por qué las variaciones en los precios de los bienes en esta economía deben satisfacer:

$$\begin{aligned}
0 &= \eta_{11}^{M}\Delta\%p_1 + \eta_{12}^{M}\Delta\%p_2 \\
0.5 &= \eta_{21}^{M}\Delta\%p_1 + \eta_{22}^{M}\Delta\%p_2
\end{aligned}$$

   (c) [25 puntos] Calcule η_{11}^{M}, η_{12}^{M}, η_{21}^{M} y η_{22}^{M}, explicando brevemente la intuición del **signo** de cada elasticidad encontrada (conviene separar efecto ingreso de efecto sustitución en cada caso para dar una buena explicación). Determine la variación porcentual del precio de cada bien.

Formulario

1 Consecuencias del teorema de la envolvente

Identidad de Roy

$$-\frac{\frac{\partial v(p_1,p_2,m)}{\partial p_i}}{\frac{\partial v(p_1,p_2,m)}{\partial m}} = x_i^M(p_1,p_2,m) \tag{1}$$

Lema de Shephard

$$\frac{\partial C^*(p_1,p_2,u)}{\partial p_i} = x_i^H(p_1,p_2,u) \tag{2}$$

2 Estática Comparativa del Óptimo del Consumidor

Agregación de Engel

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \eta_{im}^M = 1 \tag{3}$$

Descomposición de Slutzky

$$\eta_{ij}^M = \eta_{ij}^H - \alpha_j \eta_{im} \tag{4}$$

Agregación de Cournot

$$\alpha_j + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \eta_{ij}^M = 0 \tag{5}$$

Simetría de Hicks

$$\alpha_i \eta_{ij}^H = \alpha_j \eta_{ji}^H \tag{6}$$

Homogeneidad de grado 0 de las demandas

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_{ij}^M + \eta_{im}^M = 0 \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_{ij}^H = 0 \tag{8}$$

Pauta

AL USAR LA PAUTA, TENGA PRESENTE QUE:

És sólo una pauta. Cada respuesta que aquí se ofrece **no es** la única respuesta correcta. Por otro lado, **no se espera** que las respuestas que Ud. dio en la prueba tengan esta extensión.

---

1. Una ciudad necesita un relleno sanitario y está decidiendo su ubicación. Existen dos lugares en que se podría ubicar el relleno, a y b, en cada uno de los cuales vive una persona: en a vive A, y en b vive B. Ambos tienen idénticas preferencias (definidas sobre canastas de bienes de consumo y entorno) representadas por la función:

$$u = x_1 x_2 E$$

donde x_1 y x_2 son cantidades del bien 1 y 2, respectivamente, y E mide la calidad del entorno, tomando el valor $E = 4$ si el relleno no se instala en su localidad, y $E = 1$ si lo hace. Ambos consumidores enfrentan los mismos precios, pero tienen un ingreso diferente:

$$\begin{aligned} m_A &= 1.000 \text{ y } m_B = 500 \\ p_1 &= p_2 = 100 \end{aligned}$$

(a) [20 puntos] Si el Fisco tuviera que compensar al vecino afectado por la instalación del relleno en su localidad mediante un pago directo, ¿en qué localidad debería pagar una compensación menor? Calcule.

R: Deducimos las demandas marshallianas, la función de utilidad indirecta y la función de costo mínimo como es habitual (no es necesario hacerlo formalmente, pero sí explicar por qué sabemos que esta es de hecho la solución del problema de optimización subyacente –el primal–):

$$\begin{aligned} \frac{x_2}{x_1} &= \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_1^* = \frac{m}{2p_1}; x_2^* = \frac{m}{2p_2} \\ u^* &= \frac{m^2}{4p_1p_2}E \\ C^* &= 2\sqrt{\frac{up_1p_2}{E}} \end{aligned}$$

Calculamos la utilidad inicial y la variación compensatoria asociada a pasar de $E = 4$ a $E = 1$ para la persona A :

$$\begin{aligned} u_0^A &= \frac{m^2}{4p_1p_2}E = \frac{1000^2}{4 * 100 * 100}4 = 100 \\ Compensación &= 2\sqrt{\frac{100 * 100 * 100}{1}} - 1000 = 1000 \end{aligned}$$

Similarmente para la persona B :

$$\begin{aligned} u_0^B &= \frac{m^2}{4p_1p_2}E = \frac{500^2}{4*100*100}4 = 25 \\ Compensación &= 2\sqrt{\frac{25*100*100}{1}} - 500 = 500 \end{aligned}$$

(b) [25 puntos] Si en vez de compensar con un pago directo se decide a compensar con un subsidio al precio del bien 1, de modo que el nuevo precio pagado por el consumidor fuera $p_1' = 100\,(1-s)$, ¿de qué tasa tendría que ser el subsidio y cuál sería el costo fiscal asociado a él en cada localidad?

R: igualando la utilidad con y sin subsdio (de la función de utilidad indirecta):

$$\begin{aligned} A &: 100 = \frac{1000^2}{4\,(100\,(1-s))\,100} \Rightarrow s = \frac{3}{4} \\ Costo &: \left(\frac{3}{4}*100\right)*\left(\frac{1000}{2\left(\frac{1}{4}*100\right)}\right) = 1500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &: 25 = \frac{500^2}{4\,(100\,(1-s))\,100} \Rightarrow s = \frac{3}{4} \\ Costo &: \left(\frac{3}{4}*100\right)*\left(\frac{500}{2\left(\frac{1}{4}*100\right)}\right) = 750 \end{aligned}$$

(c) [15 puntos] Compare el costo fiscal asociado a poner el relleno sanitario calculado en a) con el de b). Explique por qué son diferentes, utilizando gráficos.

R:

El costo en a) es menor (sale más barato compensar directamente). Para que el costo fiscal permaneciera constante, el subsidio tendría que ser sólo de tasa $s = \frac{2}{3}$, lo que se obtiene de resolver las siguientes ecuaciones (equivalentes):

$$\begin{aligned} \text{para } A &: \quad (100s)*\left(\frac{1000}{2\,((1-s)*100)}\right) = 1000 \\ \text{para } B &: \quad (100s)*\left(\frac{500}{2\,((1-s)*100)}\right) = 500 \end{aligned}$$

Con este subsidio, el consumidor A compraría 15 unidades del bien 1, y el B 7.5 unidades. Pero con un subsidio de tasa $s = \frac{2}{3}$ la utilidad de A y B no queda igual a la inicial, sino menor:

$$\begin{aligned} \text{para } A &: \quad u^* = \frac{1000^2}{4\left(100\left(\frac{1}{3}\right)\right)100} = 75 \\ \text{para } B &: \quad u^* = \frac{500^2}{4\left(100\left(\frac{1}{3}\right)\right)100} = 18.75 \end{aligned}$$

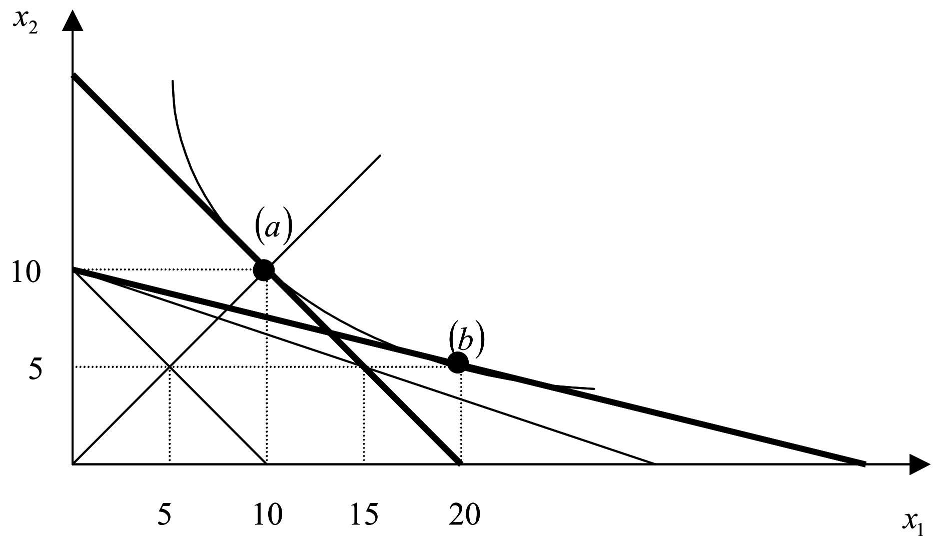


Figure 1:

Luego, el subsidio de tasa $s = \frac{2}{3}$ no es suficiete, sino que debe ser más alto. Pero aumentar la tasa se subsidio hasta $s = \frac{3}{4}$ como se requiere para mantener la utilidad e A y B constante, aumenta el costo fiscal por dos vías: aumenta el subsidio por unidad, y aumenta el número de unidades consumidas hasta 20 y 10 respectivamente para A y B (al caer el precio relativo del bien 1).

Todo lo anterior se representa en el siguiente gráfico (el gráfico es para el consumidor A; para B es análogo, pero con menos ingreso y consumo):

2. [40 puntos] Considere una sociedad compuesta por n consumidores idénticos en todo sentido, que compran los bienes 1 y 2 en mercados perfectamente competitivos. Cada consumidor tiene preferencias homotéticas, una elasticidad precio de su demanda hicksiana por el bien 1 de $\eta_{11}^H = -1$, y gasta la mitad de su ingreso en cada bien. Su ingreso, por otra parte, proviene en un ciento por ciento de la propiedad de un enésimo de la única empresa existente. Es decir, todos los consumidores son accionistas en partes iguales de esta empresa, y tienen por tanto un ingreso monetario igual al dividendo que la empresa reparta.

   La empresa produce $\overline{X}_1$ unidades del bien 1 y $\overline{X}_2$ unidades del bien 2, que vende a los precios p_1 y p_2; como la empresa no tiene costos de operación, y reparte todas las utilidades como dividendo, el ingreso de cada inversionista es de:

$$m = \frac{1}{n}\left(p_1\overline{X}_1 + p_2\overline{X}_2\right)$$

   Observe que esto significa que, desde el punto de vista de las cuentas nacionales de esta economía, el PIB nominal es de $M = nm$, el que a su vez coincide con la masa monetaria.

Suponga que, a raíz de un progreso técnico, la empresa aumenta la producción del bien 2 en un 50% manteniendo sus costos en 0.

(a) [10 puntos] Demuestre que las variaciones porcentuales de las cantidades demandadas de cada bien están, para cada consumidor, dadas por:

$$\begin{aligned}\Delta\%x_1 &= \eta_{11}^M\Delta\%p_1+\eta_{12}^M\Delta\%p_2+\eta_{1m}^M\Delta\%m\\ \Delta\%x_2 &= \eta_{21}^M\Delta\%p_1+\eta_{22}^M\Delta\%p_2+\eta_{2m}^M\Delta\%m\end{aligned}$$

AYUDA: La diferencial total de las funciones de demanda puede ser un buen punto de partida.

En efecto: de diferenciar totalmente la función de demanda conseguimos:

$$\begin{aligned}x_1^* &= x_1(p_1,p_2,m)\\ &\Rightarrow \mathrm{d}x_1=\frac{\partial x_1}{\partial p_1}\mathrm{d}p_1+\frac{\partial x_1}{\partial p2}\mathrm{d}p_2+\frac{\partial x_1}{\partial m}\mathrm{d}m\\ &\Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}x_1}{x_1}=\frac{\partial x_1}{\partial p_1}\frac{p_1}{x_1}\frac{\mathrm{d}p_1}{p_1}+\frac{\partial x_1}{\partial p2}\frac{p_2}{x_1}\frac{\mathrm{d}p_2}{p_2}+\frac{\partial x_1}{\partial m}\frac{m}{x_1}\frac{\mathrm{d}m}{m}\\ &\Leftrightarrow \Delta\%x_1=\eta_{11}^M\Delta\%p_1+\eta_{12}^M\Delta\%p_2+\eta_{1m}^M\Delta\%m\end{aligned}$$

La demostración para x_2 es totalmente análoga.

(b) [5 puntos] Observe que, como el ingreso monetario de cada individuo es una fracción del PIB nominal, y como éste debe permanecer constante, entonces el ingreso monetario de cada consumidor no cambia. Explique, entonces, por qué las variaciones en los precios de los bienes en esta economía deben satisfacer:

$$\begin{aligned}0 &= \eta_{11}^M\Delta\%p_1+\eta_{12}^M\Delta\%p_2\\ 0.5 &= \eta_{21}^M\Delta\%p_1+\eta_{22}^M\Delta\%p_2\end{aligned}$$

Observe que la cantidad total demandada del bien ℓ es:

$$X_\ell=\sum_{i=1}^{n}x_{\ell i}^*$$

pero como todos son iguales, tenemos:

$$X_\ell=nx_{\ell i}^*$$

por lo que:

$$\mathrm{d}\ln X_\ell=\mathrm{d}\ln x_{\ell i}^*$$

esto es, los cambios porcentuales de la demanda total son iguales a los de las demandas individuales. Como en equilibrio la cantidad demandada es igual a la ofrecida, se sigue que la cantidad demandada del bien 1 debe permanecer constante y la del bien 2 crecer en un 50% para todos los individuos, esto es:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\mathrm{d}x_1}{x_1} \\ 0.5 &= \frac{\mathrm{d}x_2}{x_2} \end{aligned}$$

Reemplazando las ecuaciones de la parte (a) y tomando $\mathrm{d}\ln m = 0$ obtenemos el resultado buscado.

(c) [25 puntos] Calcule η_{11}^M, η_{12}^M, η_{21}^M y η_{22}^M, explicando brevemente la intuición del **signo** de cada elasticidad encontrada (conviene separar efecto ingreso de efecto sustitución en cada caso para dar una buena explicación). Determine la variación porcentual del precio de cada bien.

Las ecuaciones de Slutsky $\left(\eta_{ij}^M = \eta_{ij}^H - \alpha_j \eta_{im}\right)$ nos dicen que:

$$\begin{aligned} \eta_{11}^M &= \eta_{11}^H - \alpha_1 \eta_{1m} \\ \eta_{12}^M &= \eta_{12}^H - \alpha_2 \eta_{1m} \\ \eta_{21}^M &= \eta_{21}^H - \alpha_1 \eta_{2m} \\ \eta_{22}^M &= \eta_{22}^H - \alpha_2 \eta_{2m} \end{aligned}$$

Sabemos que si las preferencias son homotéticas (esto es, si la TMS es constante a lo largo de un rayo) entonces la elasticidad ingreso de ambos bienes es 1:

$$\eta_{1m} = \eta_{2m} = 1$$

Se nos dice en el enunciado que $\eta_{11}^H = -1$ y que $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{2}$. Por homogeneidad de grado 0 de las demandas hicksinanas sabemos que:

$$\eta_{11}^H + \eta_{12}^H = 0 \Rightarrow \eta_{12}^H = 1$$

Por simetría de Hicks, deducimos:

$$\alpha_1 \eta_{12}^H = \alpha_2 \eta_{21}^H \Rightarrow \eta_{21}^H = 1$$

Nuevamente por homogeneidad de grado 0 de las demandas hicksinanas, sabemos que:

$$\eta_{21}^H + \eta_{22}^H = 0 \Rightarrow \eta_{22}^H = -1$$

Reemplazando en las ecuaciones de Slutsky tenemos:

$$\begin{aligned}
\eta_{11}^{M} &= -1-\frac{1}{2}*1=-\frac{3}{2}\\
\eta_{12}^{M} &= 1-\frac{1}{2}*1=\frac{1}{2}\\
\eta_{21}^{M} &= 1-\frac{1}{2}*1=\frac{1}{2}\\
\eta_{22}^{M} &= -1-\frac{1}{2}*1=-\frac{3}{2}
\end{aligned}$$

Respecto de los signos de cada elasticidad: observe que ambas elasticidades precio (de las demandas marshallianas) son negativas: el efecto sustitución va en la misma dirección que el efecto ingreso, reforzándose. Eso ocurre porque ambos bienes son normales $(\eta_{1m}, \eta_{2m} > 0)$. Por otro lado, $\eta_{12}^{M} = \eta_{21}^{M} > 0$: el bien 1 es un sustituto del 2, y el 2 del 1, a nivel bruto (sabemos que a nivel neto eso deber ser así porque sólo hay dos bienes). Esto ocurre pese a que son bienes normales: el efecto ingreso, aunque va en la dirección contraria al efecto sustitución, no lo contrarresta completamente, porque la elasticidad ingreso no es lo suficientemente alta.

Deducimos que:

$$\begin{aligned}
0 &= -\frac{3}{2}\Delta\%p_1+\frac{1}{2}\Delta\%p_2\\
0.5 &= \frac{1}{2}\Delta\%p_1-\frac{3}{2}\Delta\%p_2\\
&\Rightarrow \Delta\%p_1=-0.125\\
\Delta\%p_2 &= -0.375
\end{aligned}$$

El precio del bien 2 debe caer en un 37,5%, tres veces más que el precio del bien 1, abaratándose relativamente para incentivar a los consumidores a comprar la mayor producción.

Microeconomía I
EAE 210 B
Primer Semestre de 2005

Profesor: Felipe Zurita
Ayudantes: Juan José Matta
Alejandra Medina
Felipe Varas

Segunda Prueba

Tiempo Total: 90 minutos
Puntaje Total: 100 puntos + 10 de bono

1. *Preguntas cortas* [35 puntos en total]

   (a) [14 puntos] Un individuo consume dos bienes (y no ahorra nada). En la siguiente tabla se indican los precios en $t = 0$ y $t = 1$ y las cantidades consumidas en $t = 0$ de cada bien:

	Bien 1	Bien 2
Precio en $t = 0$	10	5
Precio en $t = 1$	5	10
Cantidad consumida en $t = 0$	10	30

   i. [7 puntos] Si reajustan el ingreso del individuo de acuerdo al Índice de Precios de Laspeyres, ¿cuál será su ingreso en $t = 1$?

   ii. [7 puntos] Proponga una canasta de consumo para $t = 1$ (es decir, cantidades consumidas de cada bien en $t = 1$) que sea alcanzable al nuevo ingreso, y que satisfaga el axioma débil de preferencias reveladas.

   (b) [14 puntos] Suponga que un empresario cuenta con una función de producción $f(z_1, z_2)$ homogénea de grado 1.

   i. [7 puntos] Explique por qué si la manera más barata de producir $\overline{q}$ unidades del bien es usando $\overline{z}_1$ y $\overline{z}_2$ unidades de los insumos 1 y 2, respectivamente, entonces la manera más barata de producir el doble es duplicando la contratación de esos insumos.

   ii. [7 puntos] Explique por qué si la productividad media del insumo 1 es positiva pero decreciente, entonces la productividad media del insumo 2 también debe ser positiva y decreciente.

   (c) [7 puntos] Nicholson propone una función de demanda exponencial de la forma:

$$Q = a\,(P)^b\,(I)^c\,(P')^d$$

   donde P es el precio del bien en cuestión, I es el ingreso y P' es el precio de otros bienes. ¿Qué restricción tendríamos que poner sobre los parámetros a, b, c y d para que el bien en cuestión fuera normal, y para que esta demanda sea homogénea de grado cero en precios e ingreso? ¿Es constante la elasticidad precio de esta demanda? ¿Y sería constante la elasticidad precio si la demanda fuera de la forma $Q = a + bP + cI + dP'$? Sea preciso.

2. *La plaza* [20 puntos]

   Un alcalde debe decidir el tamaño de una plaza a construir en un barrio de su comuna. Los residentes de este barrio (todos idénticos) valoran el consumo de bienes y de áreas verdes. Así, si x_1 y x_2 denotan la cantidad consumida de los bienes 1 y 2 respectivamente y Z denota el tamaño de la plaza, las preferencias de cada residente se representan mediante la siguiente función de utilidad:

$$u = (x_1 x_2)^{0.5} + Z^{0.5}$$

   Note que los residentes del barrio pueden comprar los bienes 1 y 2 en el mercado, pero no pueden elegir (ni comprar) el tamaño de la plaza. Es decir, Z no es una variable de decisión para cada residente, sino un parámetro en su problema de maximización individual. Usted sabe que el ingreso de cada individuo es $m = 100$, y los precios de los bienes son $p_1 = p_2 = 1$. Inicialmente no hay plaza en este barrio, por lo que $Z^0 = 0$.

   (a) [10 puntos] A usted lo contratan para medir el beneficio para cada residente de construir una plaza de tamaño A. Proponga una medida en pesos del cambio en el bienestar individual asociado a la construcción de la plaza de tamaño A, y calcúlela.

   (b) [10 puntos] Suponga que son 10 los residentes de este barrio que se verían beneficiados por la plaza (de modo que el beneficio total de construir la plaza es 10 veces el beneficio individual calculado en (a)). A su vez, el costo de construcción de la plaza de tamaño A es $10A$. Si el criterio que utiliza el alcalde para elegir el tamaño de la plaza es el que maximiza el beneficio total neto (es decir, beneficio total menos $10A$), ¿qué tamaño de plaza (A) va a escoger?

3. *Elasticidades* [25 puntos]

   Considere un individuo que consume dos bienes, cuyas cantidades denotamos por x_1 y x_2, y cuyos precios son p_1 y p_2 respectivamente. Este individuo tiene un ingreso m. Usted sabe que la demanda marshalliana por el bien 1 es de la forma:

$$x_1^* = \left(\frac{p_2}{2p_1}\right)^2$$

   (considere sólo el tramo en que $\left(\frac{p_2}{2p_1}\right)^2 < \frac{m}{p_1}$).

   (a) [6 puntos] Encuentre las elasticidades precio, ingreso y cruzada de la demanda marshalliana por el bien 1 (η_{11}^M, η_{1m}^M y η_{12}^M respectivamente). ¿Puede ser homogénea la función de utilidad de la que proviene esta demanda? Fundamente claramente.

   (b) [4 puntos] Encuentre las elasticidades precio, ingreso y cruzada de la demanda marshalliana por el bien 2 (η_{22}^M, η_{2m}^M y η_{21}^M respectivamente; debe expresarlas en términos de α_1 y α_2).

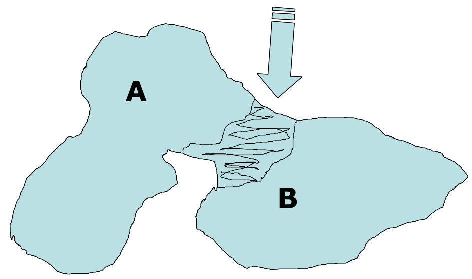
   (c) [5 puntos] Explique intuitivamente **a partir de la identidad de Cournot** por qué razón η_{21}^M debe ser mayor que cero en este caso. En su explicación debe referirse explícitamente al efecto que tiene un cambio en p_1 sobre el gasto en ambos bienes, y la relación que tiene esto con el signo de η_{21}^M.

   (d) [4 puntos] Encuentre las elasticidades precio y cruzada de las demandas hicksianas por los bienes 1 y 2 (η_{11}^H, η_{12}^H, η_{22}^H y η_{21}^H).

   (e) [6 puntos] Compare las elasticidades de la demanda hicksiana por el bien 2 encontradas en (d) con las encontradas en (b) para la demanda marshalliana (esto es, compare η_{22}^H con η_{22}^M y η_{21}^Hcon η_{21}^M), explicando por qué difieren. En su explicación debe referirse explícitamente a los **efectos ingreso y sustitución**.

4. *La mediación* [20 puntos + 10 de bono]

Los países A y B se disputan el territorio indicado en el siguiente mapa:



Estos son los únicos dos países en una isla pequeña, perdida en los confines del océano. Cada país tiene preferencias por petróleo (x_1) y otros bienes (x_2), representadas por $u_A(x_1, x_2)$ y $u_B(x_1, x_2)$, y una dotación de otros bienes de m_A y m_B. Tratándose de países civilizados, ambos acuerdan acudir a un mediador. Ese mediador es usted. Su caso no es sencillo: por cada razón cultural, histórica, o de derecho internacional que encuentra en favor de un país, encuentra otra similar en favor del otro. Usted decide averiguar cuál de los dos países valora más el terreno en disputa. Resulta ser que el terreno es esencialmente inútil para cualquier uso, pero es el único lugar en la isla en que hay petróleo (y lo hay en cantidades que superan por lejos la cantidad pueden extraer y usar en A o B). Ambos países tendrían el mismo costo de extracción (c unidades de otros bienes por barril). La isla está tan lejos que para todos los efectos prácticos, no existe un mercado mundial de petróleo; toda la producción es interna (si la hay). Por otro lado, el país perdedor se negaría a comprar petróleo del ganador aunque pierda por ello (orgullo le dicen). Inicialmente, ninguno de los dos países extrae petróleo.

(a) Suponga que Ud. le adjudica el terreno en disputa al país A, de manera que si B quisiera tenerlo, debería comprárselo.

i. [7 puntos] Muestre en un gráfico cuánto es el máximo número de unidades de otros bienes que B estaría dispuesto a pagarle a A por el terreno. Llame a ese precio "disposición a pagar de B", y denótelo por P_B. ¿A qué medida de bienestar corresponde?

ii. [7 puntos] Muestre en un gráfico cuál es el mínimo número de unidades de otros bienes que A estaría dispuesto a recibir como pago por la venta del terreno. Llámele "disposición a vender de A", y denótelo por V_A. ¿A qué medida de bienestar corresponde?

iii. [3 puntos] Imagine que Ud. cuenta con estimaciones de las demandas hicksianas y marshallianas por petróleo de ambos países. Explique detalladamente en un gráfico cómo podría estimar esas dos cifras.

iv. [3 puntos] ¿Es posible que $P_B < V_A$? En ese caso, ¿podría argumentar que es preferible que A se quede con el terreno? Explique claramente.

(b) [**BONO**] Suponga en cambio que Ud. le adjudica el terreno en disputa al país B. Denote por P_A a la disposición a pagar de A, y por V_B a la disposición a vender de B.

i. [4 puntos] ¿Es posible que $P_A \neq V_A$? ¿Por qué?

ii. [3 puntos] ¿Es posible que simultáneamente se dé que $P_A < V_B$ y $P_B < V_A$? En caso afirmativo, ¿qué implica esto sobre la posibilidad de resolver la disputa con esta clase de argumento?

iii. [3 puntos] En cambio, si $P_A > V_B$ y $V_A > P_B$, ¿Podría argumentar que lo mejor es darle el terreno a A?

Formulario

1 Consecuencias del teorema de la envolvente

Identidad de Roy

$$-\frac{\frac{\partial v(p_1,p_2,m)}{\partial p_i}}{\frac{\partial v(p_1,p_2,m)}{\partial m}} = x_i^M(p_1, p_2, m) \tag{1}$$

Lema de Shephard

$$\frac{\partial C^*(p_1, p_2, u)}{\partial p_i} = x_i^H(p_1, p_2, u) \tag{2}$$

2 Estática Comparativa del Óptimo del Consumidor

Agregación de Engel

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \eta_{im}^M = 1 \tag{3}$$

Descomposición de Slutzky

$$\eta_{ij}^M = \eta_{ij}^H - \alpha_j \eta_{im} \tag{4}$$

Agregación de Cournot

$$\alpha_j + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \eta_{ij}^M = 0 \tag{5}$$

Simetría de Hicks

$$\alpha_i \eta_{ij}^H = \alpha_j \eta_{ji}^H \tag{6}$$

Homogeneidad de grado 0 de las demandas

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_{ij}^M + \eta_{im}^M = 0 \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_{ij}^H = 0 \tag{8}$$

Pauta

AL USAR LA PAUTA, TENGA PRESENTE QUE:

- És sólo una pauta. Cada respuesta que aquí se ofrece **no es** la única respuesta correcta.
- Por otro lado, **no se espera** que las respuestas que Ud. dio en la prueba tengan esta extensión.

---

1. *Preguntas cortas* [35 puntos en total]

   (a) Un individuo consume dos bienes (y no ahorra nada). En la siguiente tabla se indican los precios en $t = 0$ y $t = 1$ y las cantidades consumidas en $t = 0$ de cada bien:

	Bien 1	Bien 2
Precio en $t = 0$	10	5
Precio en $t = 1$	5	10
Cantidad consumida en $t = 0$	10	30

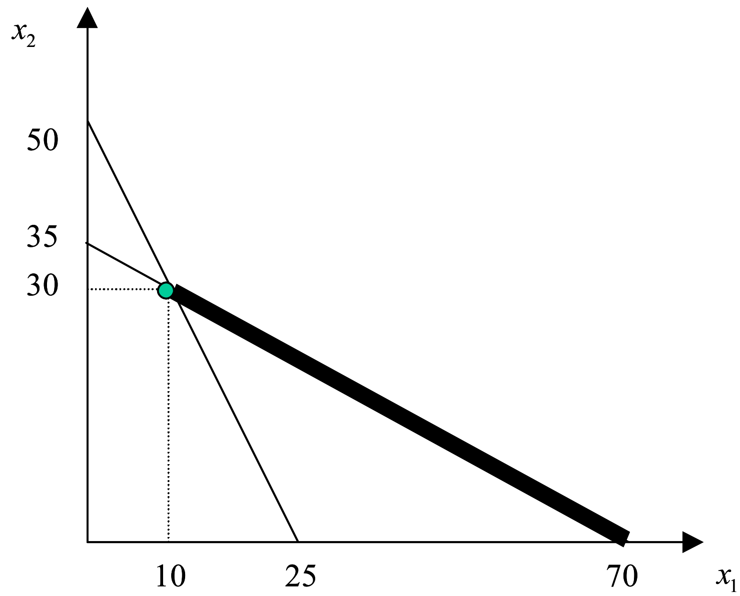
   i. Si reajustan el ingreso del individuo de acuerdo al Índice de Precios de Laspeyres, ¿cuál será su ingreso en $t = 1$?
   R:
   El índice es:

$$IPL = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^0 p_i^1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^0 p_i^0} = \frac{10 * 5 + 30 * 10}{10 * 10 + 30 * 5} = 1.4$$

   por lo que el ingreso se reajusta en 40%. Pero el ingreso inicial era $10*10+30*5 = 250$, por lo que el ingreso en $t = 1$ será $250 * 1.4 = 350$.
   Basta para contestar la pregunta que digan que el reajuste es tal que permite consumir la misma canasta con los nuevos precios, es decir, que $m_1 = 10 * 5 + 30 * 10 = 350$.

   ii. Proponga una canasta de consumo para $t = 1$ (es decir, cantidades consumidas de cada bien en $t = 1$) que sea alcanzable al nuevo ingreso, y que satisfaga el axioma débil de preferencias reveladas.
   R:
   Se puede proponer cualquier canasta sobre la nueva restricción presupuestaria nueva,

pero a la derecha del punto inicial (el tramo marcado con la línea gruesa en la figura).

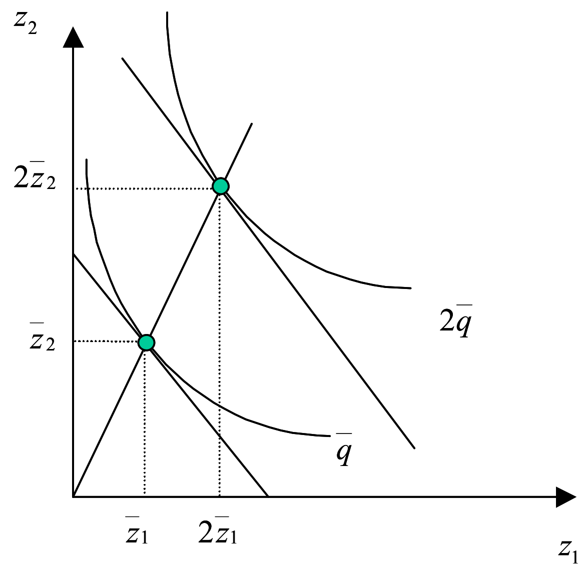


Incluso se puede proponer una canasta por debajo de la restricción presupuestaria **inicial**, pero siempre que esté por sobre la antigua (ya que sólo se pedía que fuera factible, no necesariamente que se gastara todo el ingreso en ella).
Recordar que debían mostrar explícitamente que la canasta que propusieron cumplía ambos requisitos.
Por ejemplo, si proponen la canasta con 20 unidades de cada bien:
- es factible, ya que $20 * 5 + 20 * 10 = 300 < 350$
- satisface axioma débil ya que no estaba disponible en $t = 0$: $20 * 10 + 20 * 5 = 300 > 250$

(b) Suponga que un empresario cuenta con una función de producción $f(z_1, z_2)$ homogénea de grado 1.

i. Explique por qué si la manera más barata de producir $\overline{q}$ unidades del bien es usando $\overline{z}_1$ y $\overline{z}_2$ unidades de los insumos 1 y 2, respectivamente, entonces la manera más barata de producir el doble es duplicando la contratación de esos insumos.
R:
Si la función de produccción es homogénea de grado 1, sabemos que **es posible** duplicar la producción si duplicamos la contratación de factores, ya que $f(2\overline{z}_1, 2\overline{z}_1) = 2f(\overline{z}_1, \overline{z}_1) = 2\overline{q}$. Pero necesitamos explicar también **por qué esa es la manera más barata** de duplicar la producción: para ello debemos recordar que si la función de producción es homotética como en este caso, la senda de expansión es una línea recta que parte del origen. Esto implica que si no ha cambiado el precio relativo de los factores (supuesto), entonces este precio se iguala a la tasa marginal de sustitución

técnica $\left(\frac{f_1}{f_2}\right)$ con la misma razón de uso que antes, como se ilustra en la figura:



ii. Explique por qué si la productividad media del insumo 1 es positiva pero decreciente, entonces la productividad media del insumo 2 también debe ser positiva y decreciente.
R:
Sabemos que la elasticidad producto total es 1 en este caso. Luego, tenemos

$$1 = \frac{Pmg_1}{PMe_1} + \frac{Pmg_2}{PMe_2}$$

A su vez, productividad media del factor 1 decreciente implica que su productividad marginal es menor que la media, o que $\frac{Pmg_1}{PMe_1} < 1$. Luego, debe ser cierto también que $\frac{Pmg_2}{PMe_2} < 1$, de modo que la productividad media del factor 2 también debe ser positiva y decreciente.

(c) Nicholson propone una función de demanda exponencial de la forma:

$$Q = a\,(P)^b\,(I)^c\,(P')^d$$

donde P es el precio del bien en cuestión, I es el ingreso y P' es el precio de otros bienes. ¿Qué restricción tendríamos que poner sobre los parámetros a, b, c y d para que el bien en cuestión fuera normal, y para que esta demanda sea homogénea de grado cero en precios e ingreso? ¿Es constante la elasticidad precio de esta demanda? ¿Y sería constante la elasticidad precio si la demanda fuera de la forma $Q = a + bP + cI + dP'$? Sea preciso.
R:
Si el bien es normal, entonces la elasticidad precio de su demanda marshalliana es negativa, y la elasticidad ingreso es positiva. Luego, $b < 0$ y $c > 0$. La homogeneidad se cumple si $\lambda^{b+c+d} = 1$, por lo que se requiere que $b + c + d = 0$.
La elasticidad precio es constante. Esto se verifica aplicando logartimo y derivando:

$$\begin{aligned} \ln Q &= \ln a + b\ln P + c\ln I + d\ln P' \\ &\Rightarrow \eta = b \end{aligned}$$

o con el método largo:

$$\begin{aligned}
\eta &= \frac{\partial Q}{\partial P}\frac{P}{Q} \\
&= \left(ba\,(P)^{b-1}\,(I)^{c}\,(P')^{d}\right)\left(\frac{P}{Q}\right) \\
&= \frac{ba\,(P)^{b}\,(I)^{c}\,(P')^{d}}{a\,(P)^{b}\,(I)^{c}\,(P')^{d}} = b
\end{aligned}$$

2. *La plaza*

Un alcalde debe decidir el tamaño de una plaza a construir en un barrio de su comuna. Los residentes de este barrio (todos idénticos) valoran el consumo de bienes y de áreas verdes. Así, si x_1 y x_2 denotan la cantidad consumida de los bienes 1 y 2 respectivamente y Z denota el tamaño de la plaza, las preferencias de cada residente se representan mediante la siguiente función de utilidad:

$$u = (x_1 x_2)^{0.5} + Z^{0.5}$$

Note que los residentes del barrio pueden comprar los bienes 1 y 2 en el mercado, pero no pueden elegir (ni comprar) el tamaño de la plaza. Es decir, Z no es una variable de decisión para cada residente, sino un parámetro en su problema de maximización individual. Usted sabe que el ingreso de cada individuo es $m = 100$, y los precios de los bienes son $p_1 = p_2 = 1$. Inicialmente no hay plaza en este barrio, por lo que $Z^0 = 0$.

(a) A usted lo contratan para medir el beneficio para cada residente de construir una plaza de tamaño A. Proponga una medida en pesos del cambio en el bienestar individual asociado a la construcción de la plaza de tamaño A, y calcúlela.

R:

La utilidad de cada residente al con una plaza de tamaño A y con un ingreso de m es:

$$\begin{aligned}
& \max_{x_1,x_2} u\,(x_1, x_2, A) \\
s/a\ x_1p_1 + x_2p_2 \quad &\leq \quad m
\end{aligned}$$

Luego:

$$v\,(p_1, p_2, m, A) = \frac{m}{2\sqrt{p_1p_2}} + \sqrt{A}$$

Una medida de beneficio de la plaza es cuánto estaría dispuesto a entregar cada residente para conseguir una plaza de tamaño A. La respuesta es que estaría dispuesto a pagar (esto es, a reducir su gasto en los otros bienes) hasta un punto en que estuviera indiferente (es decir, la VC), esto es:

$$\begin{aligned}
\frac{100}{2\sqrt{1}} + \sqrt{0} &= \frac{100 - P}{2\sqrt{1}} + \sqrt{A} \\
&\Rightarrow \quad P^{*} = 2\sqrt{A}
\end{aligned}$$

Podríamos también calcular la VE, que sería cuánto habría que pagarle para quitarle la plaza. En este caso, el resultado sería el mismo (¿por qué?).

(b) Suponga que son 10 los residentes de este barrio que se verían beneficiados por la plaza (de modo que el beneficio total de construir la plaza es 10 veces el beneficio individual calculado en (a)). A su vez, el costo de construcción de la plaza de tamaño A es $10A$. Si el criterio que utiliza el alcalde para elegir el tamaño de la plaza es el que maximiza el beneficio total neto (es decir, beneficio total menos $10A$), ¿qué tamaño de plaza (A) va a escoger?

R:
El problema es:

$$\max_A 10 * 2\sqrt{A} - 10A$$

cuya solución es $A^* = 1$.

3. *Elasticidades*

Considere un individuo que consume dos bienes, cuyas cantidades denotamos por x_1 y x_2, y cuyos precios son p_1 y p_2 respectivamente. Este individuo tiene un ingreso m. Usted sabe que la demanda marshalliana por el bien 1 es de la forma:

$$x_1^* = \left(\frac{p_2}{2p_1}\right)^2$$

(considere sólo el tramo en que $\left(\frac{p_2}{2p_1}\right)^2 < \frac{m}{p_1}$).

(a) Encuentre las elasticidades precio, ingreso y cruzada de la demanda marshalliana por el bien 1 (η_{11}^M, η_{1m}^M y η_{12}^M respectivamente). ¿Puede ser homogénea la función de utilidad de la que proviene esta demanda? Fundamente claramente.

R:

Aplicando logaritmo y derivando o con el método largo descrito en la pregunta 1)c), llegamos a:

$$\begin{aligned} \eta_{11}^M &= -2 \\ \eta_{1m} &= 0 \\ \eta_{12}^M &= 2 \end{aligned}$$

No puede provenir de una función homogénea, porque la elasticidad ingreso no es unitaria.

(b) Encuentre las elasticidades precio, ingreso y cruzada de la demanda marshalliana por el bien 2 (η_{22}^M, η_{2m}^M y η_{21}^M respectivamente; debe expresarlas en términos de α_1 y α_2).

R:

A partir de la agregación de Cournot tenemos:

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \alpha_1\eta_{11}^M + \alpha_2\eta_{21}^M &= 0 \\ &\Rightarrow \ \eta_{21}^M = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 + \alpha_1\eta_{12}^M + \alpha_2\eta_{22}^M &= 0 \\ &\Rightarrow \ \alpha_2\eta_{22}^M = 2\alpha_1 - \alpha_2 \\ &\Rightarrow \ \eta_{22}^M = -\frac{\alpha_2 + 2\alpha_1}{\alpha_2} \end{aligned}$$

De la agregación de Engel obtenemos:

$$\begin{aligned} \alpha_1\eta_{1m}^M + \alpha_2\eta_{2m}^M &= 1 \\ &\Rightarrow \ \eta_{2m}^M = \frac{1}{\alpha_2} \end{aligned}$$

(c) Explique intuitivamente **a partir de la identidad de Cournot** por qué razón η_{21}^M debe ser mayor que cero en este caso. En su explicación debe referirse explícitamente al efecto que tiene un cambio en p_1 sobre el gasto en ambos bienes, y la relación que tiene esto con el signo de η_{21}^M.

R:

A partir de la identidad de Cournot obtenemos que $\alpha_1 + \alpha_1 \eta_{11}^M + \alpha_2 \eta_{21}^M = 0$, lo que resulta en que $\eta_{21}^M = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} > 0$. La intución es que si por ejemplo aumenta p_1, entonces $\eta_{11}^M = -2$ implica que la caída en el consumo del bien 1 es más alta (porcentualmente) que el alza en el precio, por lo que cae el gasto en el bien 1. Luego, para que el gasto total siga constante, debe ser cierto que aumenta el gasto en el bien 2. Es decir, el consumo del bien 2 debe aumentar al aumentar p_1, de modo que $\eta_{21}^M > 0$.

(d) Encuentre las elasticidades precio y cruzada de las demandas hicksianas por los bienes 1 y 2 (η_{11}^H, η_{12}^H, η_{22}^H y η_{21}^H).

R:

Tenemos que $\eta_{1m}^M = 0, \eta_{2m}^M = \frac{1}{\alpha_2}$

Por Slutsky:

$$\begin{aligned} \eta_{11}^H &= \eta_{11}^M + \alpha_1 \eta_{1m} \\ &\Rightarrow \eta_{11}^H = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_{12}^H &= \eta_{12}^M + \alpha_2 \eta_{1m} \\ &\Rightarrow \eta_{12}^H = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_{22}^H &= \eta_{22}^M + \alpha_2 \eta_{2m} \\ &\Rightarrow \eta_{22}^H = -\frac{2\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_2} + \alpha_2 \frac{1}{\alpha_2} = \frac{-2\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_2}{\alpha_2} = -2\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_{21}^H &= \eta_{21}^M + \alpha_1 \eta_{2m} \\ &\Rightarrow \eta_{21}^H = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} + \alpha_1 \frac{1}{\alpha_2} = 2\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \end{aligned}$$

También podían usar homogeneidad de grado cero de la demanda hicksiana. De hecho, se verifica que las elasticidades caluladas satisfacen esta propiedad: $\eta_{11}^H + \eta_{12}^H = -2 + 2 = 0$, y $\eta_{21}^H + \eta_{22}^H = 2\frac{\alpha_1}{\alpha_2} - 2\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 0$.

(e) Compare las elasticidades de la demanda hicksiana por el bien 2 encontradas en (d) con las encontradas en (b) para la demanda marshalliana (esto es, compare η_{22}^H con η_{22}^M y η_{21}^Hcon η_{21}^M), explicando por qué difieren. En su explicación debe referirse explícitamente a los **efectos ingreso y sustitución**.

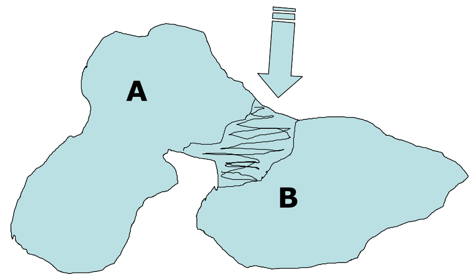
R:

Sabemos que $\eta_{22}^H = \eta_{22}^M + \alpha_2 \eta_{2m}$. Es decir, la elasticidad precio de la demanda hicksiana por el bien 2 es menor en valor abosluto que aquella de la marshalliana. Esto se debe a que la primera incluye sólo efecto sustitución (que reduce la cantidad consumida ante un alza en el precio del mismo bien), mientras que la senda tiene además un efecto ingreso (que reduce aún más el consumo, ya que al subir el precio cae el ingreso real, y dado que el bien es normal, se reduce su consumo).

Análisis similar con la elasticidad cruzada: $\eta_{21}^H = \eta_{21}^M + \alpha_1 \eta_{2m}$ implica que la elasticidad cruzada de la demanda hicksiana por el bien 2 es mayor que aquella de la demanda marshalliana. Por ejemplo, si aumenta p_1 sabemos que aumenta el consumo del bien 2 por efecto sustitución (demanda hicksiana), pero además cae el ingreso real, lo que disminuye algo el consumo de 2 (de modo que la marshalliana tiene una elasticidad cruzada menor).

4. *La mediación*

Los países A y B se disputan el territorio indicado en el siguiente mapa:

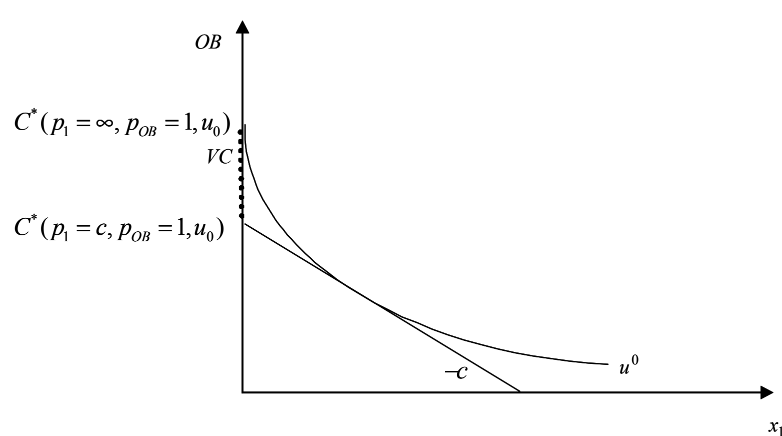


Estos son los únicos dos países en una isla pequeña, perdida en los confines del océano. Cada país tiene preferencias por petróleo (x_1) y otros bienes (x_2), representadas por $u_A(x_1, x_2)$ y $u_B(x_1, x_2)$, y una dotación de otros bienes de m_A y m_B. Tratándose de países civilizados, ambos acuerdan acudir a un mediador. Ese mediador es usted. Su caso no es sencillo: por cada razón cultural, histórica, o de derecho internacional que encuentra en favor de un país, encuentra otra similar en favor del otro. Usted decide averiguar cuál de los dos países valora más el terreno en disputa. Resulta ser que el terreno es esencialmente inútil para cualquier uso, pero es el único lugar en la isla en que hay petróleo (y lo hay en cantidades que superan por lejos la cantidad pueden extraer y usar en A o B). Ambos países tendrían el mismo costo de extracción (c unidades de otros bienes por barril). La isla está tan lejos que para todos los efectos prácticos, no existe un mercado mundial de petróleo; toda la producción es interna (si la hay). Por otro lado, el país perdedor se negaría a comprar petróleo del ganador aunque pierda por ello (orgullo le dicen). Inicialmente, ninguno de los dos países extrae petróleo.

(a) Suponga que Ud. le adjudica el terreno en disputa al país A, de manera que si B quisiera tenerlo, debería comprárselo.

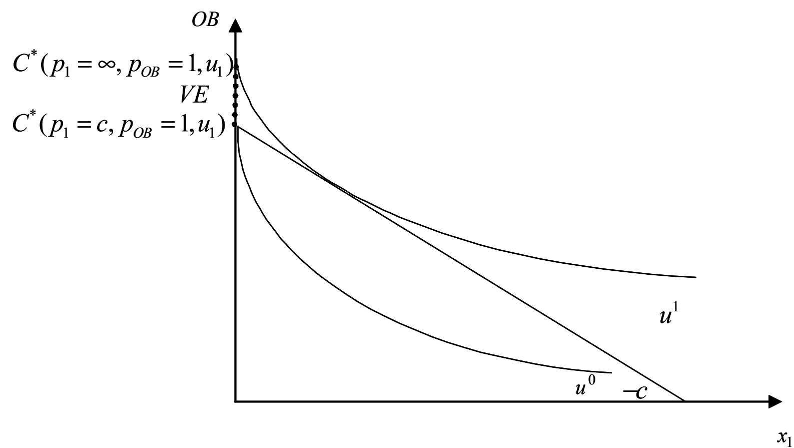
i. Muestre en un gráfico cuánto es el máximo número de unidades de otros bienes que B estaría dispuesto a pagarle a A por el terreno. Llame a ese precio "disposición a pagar de B", y denótelo por P_B. ¿A qué medida de bienestar corresponde?

Observe que si se adjudica el terreno, todavía tiene que gastar c por cada barril extraído. Mientras más pague, menos petróleo querrá extraer. Luego, la disposición a pagar es la medida por la variación compensatoria (VC), esto es, la diferencia en el costo de obtener u_0 utiles con la imposibilidad de obtener petróleo $(p_1 = \infty)$ y el costo de obtenerlo con la posibilidad pagada de conseguir cada barril a un costo de c cada uno. El excedente del consumidor no es una medida apropiada de la disposición a pagar, porque supone que la cantidad extraída de petróleo es la misma con o sin pago.



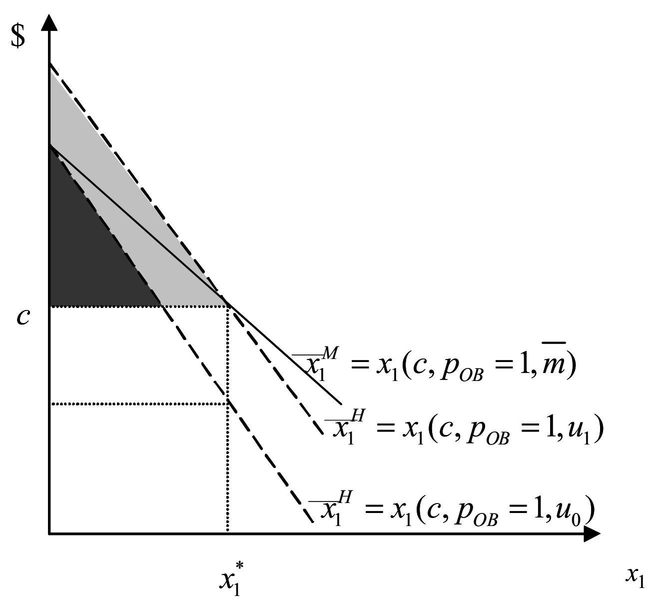
ii. Muestre en un gráfico cuál es el mínimo número de unidades de otros bienes que A estaría dispuesto a recibir como pago por la venta del terreno. Llámele "disposición a vender de A", y denótelo por V_A. ¿A qué medida de bienestar corresponde?

Si u_0 es el nivel inicial (el del gráfico anterior), entonces la pregunta se refiere a la variación equivalente. En efecto, si recibiera gratuitamente el terreno, alcanzaría un nivel de bienestar u_1. La pregunta, entonces, es cuál es el mínimo nivel de ingreso (consumo de otros bienes) que le permitiría alcanzar u_1 si se priva del terreno. Gráficamente:



iii. Imagine que Ud. cuenta con estimaciones de las demandas hicksianas y marshallianas por petróleo de ambos países. Explique detalladamente en un gráfico cómo podría estimar esas dos cifras.

En ambos casos tenemos la diferencia de costos de un nivel de utilidad determinado, en que el "precio" de extracción de petróleo (por barril) varía entre $\$c$ e $\$\infty$. Eso corresponde a la integral de la curva de demanda hicksiana entre ambos precios. En el gráfico siguiente, la VC (P) es el área oscura, y la VE (A) la clara. El gráfico supone que el petróleo es un bien normal; en ese caso, $P < A$ porque sin terreno el país es más "pobre".



iv. ¿Es posible que $P_B < V_A$? En ese caso, ¿podría argumentar que es preferible que A se quede con el terreno? Explique claramente.

Si el comprador potencial está dispuesto a pagar menos que el mínimo precio que aceptaría el vendendor, tradicionalmente diríamos que no hay beneficios potenciales del intercambio, y que por lo tanto la asignación original (que A sea dueño del terreno) es preferible porque así el excedente total es mayor.

(b) [**BONO**] Suponga en cambio que Ud. le adjudica el terreno en disputa al país B. Denote por P_A a la disposición a pagar de A, y por V_B a la disposición a vender de B.

i. ¿Es posible que $P_A \neq V_A$? ¿Por qué?

Claro: la VE y la VC son distintas toda vez que hay efectos ingreso, esto es, el petróleo no es neutro. El valor monetario que el consumidor le asigna al objeto cambia en general con su ingreso.

ii. ¿Es posible que simultáneamente se dé que $P_A < V_B$ y $P_B < V_A$? En caso afirmativo, ¿qué implica esto sobre la posibilidad de resolver la disputa con esta clase de argumento?

Sí. Si el efecto de ese territorio (es decir, el petróleo) en la riqueza de cada país fuese grande, entonces el efecto riqueza de recibirlo sería muy alto, cambiando drásticamente el valor monetario que cada país le asigna. Es, entonces, posible concebir una situación en que A no estuviera dispuesto a comprárselo a B si B fuese declarado el dueño legítimo, y que B no estuviera dispuesto a comprárselo a A en caso contrario, precisamente porque quien se lo adjudica en primera instancia se convierte en "rico", momento en el cual su disposición a aceptar crece a niveles inalcanzables para el país que permanece pobre.

El problema que un caso así plantearía es que no se podría establecer que alguno de ellos valora más el territorio que el otro, y entonces no podríamos tomar como criterio de decisión la maximización del excedente total.

iii. En cambio, si $P_A > V_B$ y $V_A > P_B$, ¿Podría argumentar que lo mejor es darle el terreno a A?

En este caso, es posible declarar inambiguamente que A valora más el terreno que B, por lo que podríamos argumentar que existen transferencias que mejorarían el bienestar de ambos, o bien que el excedente total sería mayor si el terreno se le entregara a A.

Microeconomía I
EAE 210 B
Primer Semestre de 2005

Profesor: Felipe Zurita
Ayudantes: Juan José Matta
Alejandra Medina
Felipe Varas

Tercer Control

Tiempo Total: 80 minutos
Puntaje Total: 80 puntos + 5 de bono

1. [30 puntos] *Preguntas cortas*

   (a) [10 puntos] En 2004 el precio de la bencina fue de \$10 por litro, y el consumo promedio de los hogares chilenos fue de 5 litros al mes, un 10% de su ingreso. En 2005 el precio de la bencina ha subido a \$15, pero el ingreso también ha subido (en un 20%). Si todos y cada uno de los hogares son racionales, entonces el consumo promedio de bencina no podría subir en más de 15 litros. Comente.
   NOTA: en su respuesta suponga que hay sólo dos bienes, y que el precio del "resto de los bienes" es siempre 1.

   (b) [10 puntos] Si la tecnología para producir un determinado bien es un bien libre, entonces la tecnología agregada de producción del bien es de rendimientos constantes a escala. Comente.

   (c) [10 puntos] Dos ratones quisieran que el gato tuviera un cascabel para saber cuándo no es un buen momento para buscar comida. Sin cascabel, cada ratón pierde 5 utiles (en términos de utilidad esperada) por la posibilidad de salir magullado de un encuentro con el gato. Quien ponga el cascabel, sin embargo, saldrá perjudicado de seguro, lo que le costará 8 utiles.

      i. ¿Ve la posibilidad de una mejora paretiana? Es decir, ¿es la situación sin cascabel un óptimo paretiano?

      ii. Suponga que para ambos ratones, cada util equivale a un pedazo de queso, que pueden transferir. ¿Existe ahora la posibilidad de una mejora paretiana? Describa todos los óptimos paretianos.

      iii. Si una rata pudiera ordenarles a ambos qué hacer, ¿es posible que le ordene a uno de ellos que le ponga el cascabel al gato, que el desafortunado esté peor que antes, y sin embargo que la situación final sea eficiente?

2. [25 puntos + 5 de bono] *Producción*

   Flexible S.A. produce un bien con la tecnología $f_F(z_1, z_2) = \frac{2}{3}z_1 + \frac{2}{3}z_2$. Rígida S.A. produce cosos con la tecnología $f_R(z_1, z_2) = \min\{2z_1, 2z_2\}$. Ambas tecnologías, sin embargo, presentan **restricciones de capacidad**: es imposible con cualquiera de ellas producir más de 50 unidades. Tanto los mercados del producto como de los insumos son perfectamente competitivos.

   (a) [10 puntos] Encuentre la función de costos de cada empresa cuando $w_1 = w_2 = 2$.

   (b) [5 puntos] ¿Qué pasaría con los costos de cada una si el precio del insumo 1 (w_1) subiera de 2 a 8?

   (c) [10 puntos] Suponga que un empresario está considerando entrar al mercado, por la vía de comprar una empresa. Imagine que hay incertidumbre sobre el precio del insumo después de la compra; en particular, el empresario le atribuye una probabilidad de 50% a que el precio sea 2, y de 50% a que sea 8. Se sabe que el precio del insumo 2 será de 2, y el del producto de 4. El empresario es averso al riesgo, y tiene una función Bernoulli de $u(c) = \sqrt{c}$. ¿Por cuál empresa estaría dispuesto a pagar más? Explique claramente.

   (d) [5 puntos] BONO: Determine cómo son los rendimientos al factor de cada insumo, y los rendimientos a la escala, para cada empresa.

3. [30 puntos] Considere una economía compuesta por dos consumidores, A y B, ambos tomadores de precios. En la siguiente tabla se muestran las dotaciones iniciales de bienes y función de utilidad para cada consumidor:

Consumidor	Dotación	Utilidad
A	$(\overline{x}_1^A, \overline{x}_2^A) = (10, 5)$	$u^A = \frac{1}{2}\ln x_1^A + \frac{1}{2}\ln x_2^A$
B	$(\overline{x}_1^B, \overline{x}_2^B) = (5, 10)$	$u^B = \frac{1}{3}\ln x_1^B + \frac{2}{3}\ln x_2^B$

   (a) [10 puntos] Derive la curva de contrato, y grafíquela en una Caja de Edgeworth.

   (b) [10 puntos] Derive la función $X_1(p)$ de exceso de demanda por el bien 1 y grafíquela (en el plano $X_1 - p$), donde $p = \frac{p_1}{p_2}$ es el precio relativo del bien 1. En dicho gráfico muestre el precio relativo de equilibrio.

   (c) [5 puntos] Encuentre el precio relativo y las cantidades consumidas del bien 1 en el equilibrio del mercado 1. ¿Puede ofrecer un argumento que le permita concluir que a este precio el mercado 2 también está en equilibrio? Fundamente claramente.

   (d) [5 puntos] Verifique que las asignaciones de consumo encontradas en (c) pertenecen a la curva de contrato. Comente.

Pauta

1. [30 puntos] *Preguntas cortas*

   (a) [10 puntos] En 2004 el precio de la bencina fue de \$10 por litro, y el consumo promedio de los hogares chilenos fue de 5 litros al mes, un 10% de su ingreso. En 2005 el precio de la bencina ha subido a \$15, pero el ingreso también ha subido (en un 20%). Si todos y cada uno de los hogares son racionales, entonces el consumo promedio de bencina no podría subir en más de 15 litros. Comente.
   NOTA: en su respuesta suponga que hay sólo dos bienes, y que el precio del "resto de los bienes" es siempre 1.

   El axioma débil de preferencias reveladas se satisfaría sólo si el aumento en el consumo no supera los 15 litros (graficar). Sin embargo, sabemos que aún cuando todas las decisiones individuales lo satisfagan, la suma de ellas no tiene por qué hacerlo, por lo que la aseveración es falsa.

   (b) [10 puntos] Si la tecnología para producir un determinado bien es un bien libre, entonces la tecnología agregada de producción del bien es de rendimientos constantes a escala. Comente.

   Esto es correcto si hay rendimientos crecientes o constantes a escala, esencialmente porque es posible, por ejemplo, multiplicar el punto de rendimiento medio máximo de cada función de producción por el número de empresas que se requiera. Sin embargo, con rendimientos crecientes a escala, es siempre más barato producir con una sola empresa que con varias, para precisamente aprovechar las economías de escala.

   (c) [10 puntos] Dos ratones quisieran que el gato tuviera un cascabel para saber cuándo no es un buen momento para buscar comida. Sin cascabel, cada ratón pierde 5 utiles (en términos de utilidad esperada) por la posibilidad de salir magullado de un encuentro con el gato. Quien ponga el cascabel, sin embargo, saldrá perjudicado de seguro, lo que le costará 8 utiles.

      i. ¿Ve la posibilidad de una mejora paretiana? Es decir, ¿es la situación sin cascabel un óptimo paretiano?
      No hay mejoras paretianas: uno gana pero el otro pierde. Luego, la situación inicial es eficiente.

      ii. Suponga que para ambos ratones, cada util equivale a un pedazo de queso, que pueden transferir. ¿Existe ahora la posibilidad de una mejora paretiana? Describa todos los óptimos paretianos.
      La existencia de un bien transferible cambia las cosas, porque abre la posibilidad de la compensación. El ratón que le ponga el cascabel al gato pierde el equivalente a 8 pedazos de queso, pero ambos ganan el equivalente a 10. Luego, si el otro ratón lo compensa en 3, 4 ó 5

pedazos de queso, ambos ganan respecto de la situación inicial. Todas esas asignaciones son, entonces, eficientes.

iii. Si una rata pudiera ordenarles a ambos qué hacer, ¿es posible que le ordene a uno de ellos que le ponga el cascabel al gato, que el desafortunado esté peor que antes, y sin embargo que la situación final sea eficiente?

Sí. Una asignación es eficiente si no admite mejoras paretianas, es decir, una vez que se está en ella no es posible que ambos mejoren. Pero a ella se puede perfectamente haber llegado con alguien perdiendo. La elección de un óptimo paretiano no es necesariamente una mejora paretiana.

2. [25 puntos + 5 de bono] *Producción*

Flexible S.A. produce un bien con la tecnología $f_F(z_1, z_2) = \frac{2}{3}z_1 + \frac{2}{3}z_2$. Rígida S.A. produce cosos con la tecnología $f_R(z_1, z_2) = \min\{2z_1, 2z_2\}$. Ambas tecnologías, sin embargo, presentan **restricciones de capacidad**: es imposible con cualquiera de ellas producir más de 50 unidades. Tanto los mercados del producto como de los insumos son perfectamente competitivos.

(a) [10 puntos] Encuentre la función de costos de cada empresa cuando $w_1 = w_2 = 2$.

FLEXIBLE: A esos precios de insumos, está indiferente. $\therefore z_2 = 0$ es tan buena decisión como cualquier otra. Luego, $C_F(q) = 2 * \frac{3}{2}q. = 3q$

RÍGIDA: Tecnología de proporciones fijas, con $2z_1 = 2z_2 \Rightarrow q = 2z_1 = 2z_2 \Rightarrow z_1 = \frac{q}{2}$, $z_2 = \frac{q}{2}$. Luego, $C_R(q) = 2\frac{q}{2} + 2\frac{q}{2} = 2q$

(b) [5 puntos] ¿Qué pasaría con los costos de cada una si el precio del insumo 1 (w_1) subiera de 2 a 8?

FLEXIBLE: nada: se cambia al insumo 2 (sustituye completamente) (graficar).

RÍGIDA: No puede reaccionar (su tecnología es rígida): $C_R(q) = 2\frac{q}{2} + 8\frac{q}{2} = 5q$

(c) [10 puntos] Suponga que un empresario está considerando entrar al mercado, por la vía de comprar una empresa. Imagine que hay incertidumbre sobre el precio del insumo después de la compra; en particular, el empresario le atribuye una probabilidad de 50% a que el precio sea 2, y de 50% a que sea 8. Se sabe que el precio del insumo 2 será de 2, y el del producto de 4. El empresario es averso al riesgo, y tiene una función Bernoulli de $u(c) = \sqrt{c}$. ¿Por cuál empresa estaría dispuesto a pagar más? Explique claramente.

$$\text{RÍGIDA} : \begin{array}{c|ll} & q^* & \pi^* \\ \hline w_1 = 2 & 100 & (4-2)*50 = 100 \\ w_1 = 8 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\text{FLEXIBLE} : (4-3)*50 = 50$$

Rígida representa una ganancia de 100 con probabilidad 50% y de 0 con probabilidad 50%. Flexible representa una ganancia de 50 libre de riesgo. Ambas tienen el mismo valor esperado; por lo que están sobre la misma línea de juegos justos. Pero la función Bernoulli es cóncava: el empresario averso al riesgo prefiere la tecnología flexible porque es menos riesgosa. Esto equivale a decir que está dispuesto a pagar más por ella.

(d) [5 puntos] BONO: Determine cómo son los rendimientos al factor de cada insumo, y los rendimientos a la escala, para cada empresa.

Al factor: constantes $\left(\frac{2}{3}\right)$ en el caso de Flexible. En el caso de Rígida, la productividad marginal del factor más abundante es 0, y la del menos abundante de 2.

A escala: ambas tienen rendimientos constates: $\min\{2z_1\lambda, 2z_2\lambda\} = \lambda \min\{2z_1, 2z_2\}$ y $\frac{2}{3}z_1\lambda + \frac{2}{3}z_2\lambda = \lambda\left(\frac{2}{3}z_1 + \frac{2}{3}z_2\right)$.

3. [30 puntos] Considere una economía compuesta por dos consumidores, A y B, ambos tomadores de precios. En la siguiente tabla se muestran las dotaciones iniciales de bienes y función de utilidad para cada consumidor:

Consumidor	Dotación	Utilidad
A	$\left(\overline{x}_1^A, \overline{x}_2^A\right) = (10, 5)$	$u^A = \frac{1}{2}\ln x_1^A + \frac{1}{2}\ln x_2^A$
B	$\left(\overline{x}_1^B, \overline{x}_2^B\right) = (5, 10)$	$u^B = \frac{1}{3}\ln x_1^B + \frac{2}{3}\ln x_2^B$

(a) [10 puntos] Derive la curva de contrato, y grafíquela en una Caja de Edgeworth.

(b) [10 puntos] Derive la función $X_1(p)$ de exceso de demanda por el bien 1 y grafíquela (en el plano $X_1 - p$), donde $p = \frac{p_1}{p_2}$ es el precio relativo del bien 1. En dicho gráfico muestre el precio relativo de equilibrio.

(c) [5 puntos] Encuentre el precio relativo y las cantidades consumidas del bien 1 en el equilibrio del mercado 1. ¿Puede ofrecer un argumento que le permita concluir que a este precio el mercado 2 también está en equilibrio? Fundamente claramente.

(d) [5 puntos] Verifique que las asignaciones de consumo encontradas en (c) pertenecen a la curva de contrato. Comente.

4.

Microeconomía I
EAE 210 B
Primer Semestre de 2005

Profesor: Felipe Zurita
Ayudantes: Juan José Matta
Alejandra Medina
Felipe Varas

Examen Final

Tiempo Total: 120 minutos
Puntaje Total: 120 puntos

I. *Preguntas cortas* [40 puntos en total]

(1) [4 puntos] Un microempresario consulta a tres expertos cómo lograr que sus empleados trabajen más. El primero le recomienda aumentar el salario por hora como incentivo. El segundo le dice que debe hacer todo lo contrario: si ganan menos, valorarán más el trabajo. El tercero le dice que todo depende, que no necesariamente es así, sino que puede ser todo lo contrario. ¿Cuál de ellos es economista? Explique claramente.

(2) [4 puntos] ¿Puede un averso al riesgo rechazar el regalo de un cartón de KINO porque el riesgo que le añade a su posición inicial le resulta intolerable? Grafique y explique.

(3) [8 puntos] Normalmente se entiende por riqueza el valor presente de los ingresos de toda la vida. Bajo certidumbre, ¿es posible que una persona que sólo valora el consumo a lo largo de su vida (es decir, valora c_0 y c_1), disminuya su utilidad frente a un aumento en su riqueza? Explique claramente. Grafique.

(4) [8 puntos] Considere el siguiente juego en forma normal:

$J1\backslash J2$	i	c	d
N	$0,4$	4,0	$5,3$
C	4,0	0,4	5,3
S	$3,5$	3,5	$6,6$

a. Encuentre los equilibrios de Nash. Explique.
b. Suponga que no se está en equilibrio. ¿Puede explicar cómo se llega a él?

(5) [8 puntos] Nicholson (cap. 20) discute las consecuencias de regular al monopolio por la vía de fijarle una tasa de retorno al capital (o de rendimiento). ¿Qué sugiere que ocurre con la contratación de trabajo y capital? Comente directamente sobre lo que leyó, o alternativamente desarrolle el problema del monopolista bajo esta regulación.

(6) [8 puntos] Considere una economía compuesta por dos consumidores A y B, con preferencias de la forma:

$$
\begin{aligned}
u^A &= x_1^A + x_2^A \\
u^B &= x_1^B x_2^B
\end{aligned}
$$

Las dotaciones iniciales de bienes son $\left(\overline{x}_1^A, \overline{x}_2^A\right) = (4,4)$, $\left(\overline{x}_1^B, \overline{x}_2^B\right) = (16,6)$. Encuentre una asignación Pareto óptima en que A obtenga el mismo nivel de utilidad inicial. Grafique en una Caja de Edgeworth.

II. *Libros y películas* [30 puntos]

A Juan le gusta leer y ver películas. Él dispone de un ingreso m por semana, y puede conseguir libros en la biblioteca pagando \$50 por cada uno, y arrendar películas a un costo de \$100 por cada una. Él tiene 20 horas a la semana disponibles para dedicar a leer y ver películas, y gasta 8 horas en leer un libro, y sólo 2 horas por cada película. La función de utilidad de Juan es

$$u = \sqrt{x_1} + x_2$$

donde x_1 es el número de libros y x_2 el número de películas que Juan lee y ve por semana respectivamente.

(1) [3 puntos] Plantee el problema de optimización de Juan y escriba las condiciones de Kuhn-Tucker correspondientes.

(2) [10 puntos] Suponga primero que el ingreso de Juan es tal, que la restricción de tiempo es irrelevante (inactiva).

a. ¿Cuántos libros lee Juan a la semana, y cuántas películas arrienda?, ¿qué puede decir entonces acerca de la elasticidad ingreso de la demanda por libros de Juan? Represente la situación en un gráfico.

b. ¿para qué niveles de m es cierto que la restricción de tiempo es inactiva?

(3) [10 puntos] Suponga ahora que $m = 1000$; ¿cuántos libros lee Juan a la semana, y cuántas películas arrienda?

(4) [7 puntos] Si $m = 1000$ pero el número de horas disponibles de Juan aumenta a 30 horas a la semana (la empresa en que él trabaja decide cambiar sus oficinas a un barrio muy cercano a su casa, ahorrando dos horas de viaje por día laboral). A usted se le pide que proponga y calcule una medida monetaria del cambio en el bienestar de Juan debido a esta mayor disponibilidad de tiempo.

III. *Una industria en declinación* [26 puntos]

Considere el caso del mercado de un bien perecible cuya demanda va cayendo en el tiempo, de acuerdo a:

$$p_t = 100 \cdot 0.8^t - Q$$

(donde $t = 0, 1, 2, ...$ denota la fecha). Esta demanda es servida por dos empresas, $i = 1, 2$, de manera que $Q = q_1 + q_2$. Ambas tienen los mismos costos medios, constantes al nivel de c.

(1) [10 puntos] Calcule el equilibrio de Cournot para una fecha arbitraria t. Caracterice las funciones de mejor respuesta y grafique.

(2) [5 puntos] Explique por qué el equilibrio de Cournot es ineficiente para el grupo conformado por las dos empresas. Explique por qué, a pesar de ello, el equilibrio de Cournot es un equilibrio.

(3) [3 puntos] ¿Existe una fecha sobre la cual se tenga certeza de que el mercado desaparece? ¿Cuál?

(4) [8 puntos] ¿Es posible en este mercado sostener un cartel? Refiérase a la ganancia de formarlo, a la ganancia de desviarse del acuerdo, y a la credibilidad de que gozaría tal acuerdo.

IV. *Oferta* [24 puntos]

Considere una industria perfectamente competitiva, en que cada uno de los $i = 1, 2, ..., n$ productores tiene una función de costo marginal:

$$CMg_i = 10 + 2q_i$$

No existen costos fijos. La demanda es $Q = 100 - p$.

(1) [5 puntos] Encuentre la función de **ganancias** de cada empresa.

(2) [5 puntos] A partir de (1), encuentre la función de **oferta** de cada empresa. Muestre su desarrollo.

(3) [7 puntos] Encuentre, entonces, la **oferta de corto plazo** de la industria (esto es, del período de tiempo en que no pueden entrar nuevos productores). Encuentre el **equilibrio** de corto plazo; descríbalo completamente.

(4) [7 puntos] Suponga que cada empresa puede producir como mínimo una unidad. Encuentre la curva de **oferta de largo plazo** cuando la tecnología implícita en las funciones de costo es un bien libre. Calcule el **equilibrio** de largo plazo. ¿Cuántas empresas hay en ese equilibrio?

Formulario

1 Consecuencias del teorema de la envolvente

Identidad de Roy

$$-\frac{\frac{\partial v(p_1,p_2,m)}{\partial p_i}}{\frac{\partial v(p_1,p_2,m)}{\partial m}} = x_i^M(p_1,p_2,m) \tag{1}$$

Lema de Shephard

$$\frac{\partial C^*(p_1,p_2,u)}{\partial p_i} = x_i^H(p_1,p_2,u) \tag{2}$$

2 Estática Comparativa del Óptimo del Consumidor

Agregación de Engel

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \eta_{im}^M = 1 \tag{3}$$

Descomposición de Slutzky

$$\eta_{ij}^M = \eta_{ij}^H - \alpha_j \eta_{im} \tag{4}$$

Agregación de Cournot

$$\alpha_j + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \eta_{ij}^M = 0 \tag{5}$$

Simetría de Hicks

$$\alpha_i \eta_{ij}^H = \alpha_j \eta_{ji}^H \tag{6}$$

Homogeneidad de grado 0 de las demandas

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_{ij}^M + \eta_{im}^M = 0 \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_{ij}^H = 0 \tag{8}$$

Pauta

AL USAR LA PAUTA, TENGA PRESENTE QUE:

- És sólo una pauta. Cada respuesta que aquí se ofrece **no es** la única respuesta correcta.
- Por otro lado, **no se espera** que las respuestas que Ud. dio en la prueba tengan esta extensión.

I. *Preguntas cortas* [40 puntos en total]

(1) [4 puntos] Un microempresario consulta a tres expertos cómo lograr que sus empleados trabajen más. El primero le recomienda aumentar el salario por hora como incentivo. El segundo le dice que debe hacer todo lo contrario: si ganan menos, valorarán más el trabajo. El tercero le dice que todo depende, que no necesariamente es así, sino que puede ser todo lo contrario. ¿Cuál de ellos es economista? Explique claramente.

Respuesta: Un aumento en el salario por hora involucra un aumento del precio relativo del ocio (efecto sustitución) y un aumento del conjunto de posibilidades de consumo (efecto ingreso). Si el ocio y el consumo son bienes normales, entonces el ES hace disminuir el ocio (y por tanto aumentar el trabajo) mientras el efecto ingreso opera en sentido contrario. El resultado final depende de cuál efecto predomine. El economista es obviamente el tercero: ¡quién más podría tener estas cosas en su mente!

(2) [4 puntos] ¿Puede un averso al riesgo rechazar el regalo de un cartón de KINO porque el riesgo que le añade a su posición inicial le resulta intolerable? Grafique y explique.

Respuesta: No; la aversión al riesgo afecta la manera en que la persona sustituiría consumo en un estado por consumo en otro (en particular, lo haría a tasas decrecientes), pero no tiene que ver con la saciedad. El regalo no lo obliga a renunciar a nada, por lo que debe aumentar su utilidad aún cuando es cierto que aumenta el riesgo en su consumo. Analíticamente, si 1 es el estado en que gana el KINO y 2 el estado en que no, tenemos:

$$U(c_1, c_2) = \pi_1 u(w + x) + \pi_2 u(w)$$

donde x es el tamaño del premio, y w su riqueza inicial. Claramente:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \pi_1 u'(c_1) > 0$$

(3) [8 puntos] Normalmente se entiende por riqueza el valor presente de los ingresos de toda la vida. Bajo certidumbre, ¿es posible que una persona que sólo valora el consumo a lo largo de su vida (es decir, valora c_0 y c_1), disminuya su utilidad frente a un aumento en su riqueza? Explique claramente. Grafique.

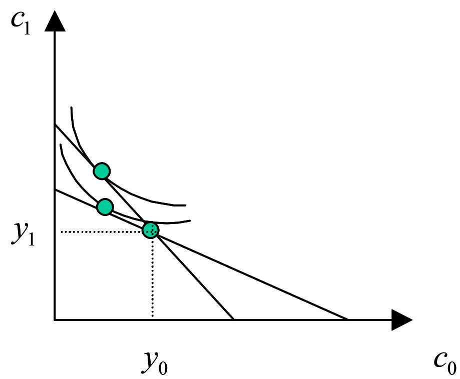


Figure 1: Aumenta la riqueza manteniendo y_0 e y_1 constentes. Cae utilidad.

Respuesta: Depende de la causa del aumento en la riqueza. En efecto, la riqueza puede aumentar por una caída en la tasa de interés. Si ese es el caso, y la persona es un acreedor neto (en $t = 0$ consume menos que su ingreso), entonces efectivamente su utilidad puede disminuir, como se muestra en el gráfico (recuerde que la riqueza es el intercepto de la restricción presupuestaria en el eje de las abscisas).

(4) [8 puntos] Considere el siguiente juego en forma normal:

$J1 \backslash J2$	i	c	d
N	0,$\underline{4}$	$\underline{4}$,0	$5, 3$
C	$\underline{4}$,0	0,$\underline{4}$	5,3
S	$3, 5$	3,5	$\underline{6}$,$\underline{6}$

a. Encuentre los equilibrios de Nash. Explique.
Respuesta: Este juego tiene un único equilibrio de Nash: (S, d), que se encuentra mirando las coincidencias de mejores respuestas (los pagos subrayados). Por otro lado, es sencillo verificar que no existe distribución de probabilidades que deje indiferente al jugador 1 entre sus acciones: estaría indiferente ente N y C si el jugador 2 escogiera i y c con iguales probabilidades, pero en ese caso S le daría una utilidad mayor (6 es mayor que cualquier promedio de 4, 0 y 5).

b. Suponga que no se está en equilibrio. ¿Puede explicar cómo se llega a él?
Respuesta: De hecho no se puede llegar a él partiendo de otro perfil de acciones. Por ejemplo, si partimos de Ni, el jugador 1 querría cambiar su decisión a C y el 2 mantenerla, pasando a Ci; pero entonces el 2 quiere cambiar. Bajo ese razonamiento, encontramos dos ciclos: $Ni \rightarrow$ Ci $\rightarrow$ $Nc \rightarrow Ni$, y Si $\rightarrow Nd \rightarrow Sc \rightarrow Cd$. La única forma de estar en equilibrio es partiendo de él.

(5) [8 puntos] Nicholson (cap. 20) discute las consecuencias de regular al monopolio por la vía de fijarle una tasa de retorno al capital (o de rendimiento). ¿Qué sugiere que ocurre con la contratación de trabajo y capital? Comente directamente sobre lo que leyó, o alternativamente desarrolle el problema del monopolista bajo esta regulación.

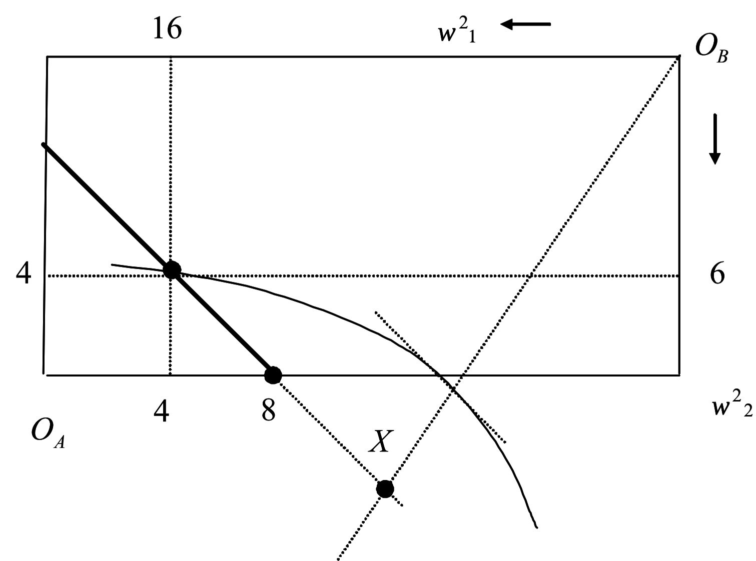
Respuesta: Lectura.

(6) [8 puntos] Considere una economía compuesta por dos consumidores A y B, con preferencias de la forma:

$$\begin{aligned} u^A &= x_1^A + x_2^A \\ u^B &= x_1^B x_2^B \end{aligned}$$

Las dotaciones iniciales de bienes son $\left(\overline{x}_1^A, \overline{x}_2^A\right) = (4,4)$, $\left(\overline{x}_1^B, \overline{x}_2^B\right) = (16,6)$. Encuentre una asignación Pareto óptima en que A obtenga el mismo nivel de utilidad inicial. Grafique en una Caja de Edgeworth.

Respuesta: Esa asignación es el punto $(8,0)$. Observe que A considera a ambos bienes sustitutos perfectos (curvas de indiferencia lineales, con pendiente -1); luego, la única manera de que haya tangencia entre las curvas de indiferencia de A y B (condición necesaria para un óptimo paretiano interior) es que esas TMSs sean 1. Pero B tiene esa TMS sólo en el rayo en que consume lo mismo de cada bien, y ese punto no es alcanzable (X en el gráfico). El óptimo paretiano ocurre entonces en el borde. La curva de contrato es en este caso el eje de las abscisas y luego la función identidad de B.



II. *Libros y películas* [30 puntos]

A Juan le gusta leer y ver películas. Él dispone de un ingreso m por semana, y puede conseguir libros en la biblioteca pagando \$50 por cada uno, y arrendar películas a un costo de \$100 por cada una. Él tiene 20 horas a la semana disponibles para dedicar a leer y ver películas, y gasta 8 horas en leer un libro, y sólo 2 horas por cada película. La función de utilidad de Juan es

$$u = \sqrt{x_1} + x_2$$

donde x_1 es el número de libros y x_2 el número de películas que Juan lee y ve por semana respectivamente.

(1) [3 puntos] Plantee el problema de optimización de Juan y escriba las condiciones de Kuhn-Tucker correspondientes.
Respuesta:

$$\begin{aligned} \max_{\{x_1,x_2\}} \; & u = \sqrt{x_1} + x_2 \\ s/a.: \quad & 50x_1 + 100x_2 \leq m \\ & 8x_1 + 2x_2 \leq 20 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(2) El lagrangeano es:

$$\mathcal{L} = \sqrt{x_1} + x_2 + \lambda\left(m - 50x_1 - 100x_2\right) + \mu\left(20 - 8x_1 - 2x_2\right)$$

con las condiciones de Kuhn-Tucker asociadas:

$$\begin{array}{rcl} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{1}{2\sqrt{x_1}} - 50\lambda - 8\mu \leq 0 & ; & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} x_1 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 1 - 100\lambda - 2\mu \leq 0 & ; & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} x_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = m - 50x_1 - 100x_2 \geq 0 & ; & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = 20 - 8x_1 - 2x_2 \geq 0 & ; & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} \mu = 0 \end{array}$$

(3) [10 puntos] Suponga primero que el ingreso de Juan es tal, que la restricción de tiempo es irrelevante (inactiva).

a. ¿Cuántos libros lee Juan a la semana, y cuántas películas arrienda?, ¿qué puede decir entonces acerca de la elasticidad ingreso de la demanda por libros de Juan? Represente la situación en un gráfico.
Respuesta: Si $\mu = 0$:
Como no hay saciedad, gasta todo su ingreso ($\lambda > 0$). De la maximización tenemos:

$$\frac{1}{2\sqrt{x_1}} = \frac{50}{100} \Rightarrow x_1 = 1$$

(lee un libro a la semana, independiente del ingreso: libros bien neutro). Entonces:

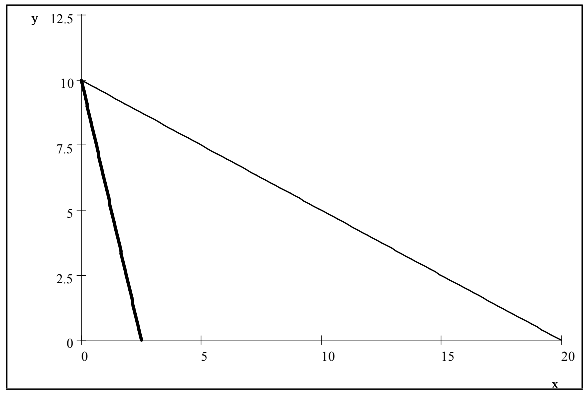
$$x_2 = \frac{m - 50}{100}$$

La CSO obviamente se satisface, puesto que la función objetivo es cóncava (y por tanto cuasicóncava).

b. ¿para qué niveles de m es cierto que la restricción de tiempo es inactiva?
Respuesta: la restricción es inactiva si:

$$8 + 2\left(\frac{m-50}{100}\right) < 20 \Rightarrow m < 650$$

(4) [10 puntos] Suponga ahora que $m = 1000$; ¿cuántos libros lee Juan a la semana, y cuántas películas arrienda?

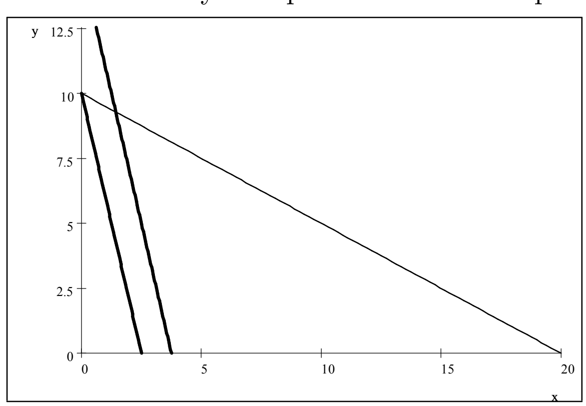


La restricción presupuestaria es la línea delgada.

Respuesta: $m = 1000 > 650$, por lo que ahora $\mu > 0$. Si $x_1, x_2 > 0$ y $\lambda = 0$,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 1 - 2\mu = 0 \Rightarrow \mu = \tfrac{1}{2} > 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \tfrac{1}{2\sqrt{x_1}} - 8\mu = 0 \Rightarrow \boxed{\mathrm{x}_1 = \tfrac{1}{64}} > 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = 20 - 8x_1 - 2x_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\mathrm{x}_2 = \tfrac{159}{16}} > 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 1000 - 50x_1 - 100x_2 = \tfrac{175}{32} > 0$$

(5) [7 puntos] Si $m = 1000$ pero el número de horas disponibles de Juan aumenta a 30 horas a la semana (la empresa en que él trabaja decide cambiar sus oficinas a un barrio muy cercano a su casa, ahorrando dos horas de viaje por día laboral). A usted se le pide que proponga y calcule una medida monetaria del cambio en el bienestar de Juan debido a esta mayor disponibilidad de tiempo.



La restricción de tiempo ahora se cumple con holgura.

Ahora la restricción de tiempo se satisface con holgura. La canasta es:

$$1 - 100\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \tfrac{1}{100}$$
$$\tfrac{1}{2\sqrt{x_1}} - 50\lambda = 0 \Rightarrow \boxed{\text{x}_1\text{=1}}$$
$$1000 - 50x_1 - 100x_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\text{x}_2\text{=}\tfrac{19}{2}}$$
$$\tfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = 30 - 8x_1 - 2x_2 = 3 \geq 0$$

y el nivel de utilidad $u_0 = \sqrt{1} + \frac{19}{2} = \frac{21}{2}$. Este nivel de utilidad lo podría alcanzar sin el mayor tiempo sólo con un nivel de ingreso de:

$$\sqrt{\frac{1}{64}} + \frac{m - 50}{100} = \frac{21}{2} \Rightarrow m = 1087.5$$

(como la función es cuasilineal, sabemos que $x_1^* = \frac{1}{64}$, como antes). Luego, 87.5 sería la compensación necesaria para que renuncie a su mayor tiempo.

III. *Una industria en declinación* [26 puntos]

Considere el caso del mercado de un bien perecible cuya demanda va cayendo en el tiempo, de acuerdo a:

$$p_t = 100 \cdot 0.8^t - Q$$

(donde $t = 0, 1, 2, ...$ denota la fecha). Esta demanda es servida por dos empresas, $i = 1, 2$, de manera que $Q = q_1 + q_2$. Ambas tienen los mismos costos medios, constantes al nivel de c.

(1) [10 puntos] Calcule el equilibrio de Cournot para una fecha arbitraria t. Caracterice las funciones de mejor respuesta y grafique.

Respuesta: empresa 1:

$$\begin{aligned}\max_{\{q_1\}} \pi &= \left(\left(100 \cdot 0.8^t\right) - q_1 - q_2\right) q_1 - cq_1 \\ &\Rightarrow q_1^* = 50 \times 0.8^t - \frac{1}{2}q_2 - \frac{1}{2}c\end{aligned}$$

(mejor respuesta, graficar). Igual para la empresa 2.

Equilibrio:

$$\begin{aligned}q_1 &= 50 \times 0.8^t - \frac{1}{2}\left(50 \times 0.8^t - \frac{1}{2}q_1 - \frac{1}{2}c\right) - \frac{1}{2}c \\ &\Rightarrow q_1^* = q_2^* = \frac{100}{3}0.8^t - \frac{1}{3}c = \frac{a-c}{3}\end{aligned}$$

donde $a = \left(100 \cdot 0.8^t\right)$.

(2) [5 puntos] Explique por qué el equilibrio de Cournot es ineficiente para el grupo conformado por las dos empresas. Explique por qué, a pesar de ello, el equilibrio de Cournot es un equilibrio.

Respuesta: No es eficiente (en el sentido de Pareto) porque ambas ganarían si cobraran precio monopólico y produjern la cantidad de monopolio en total (por ejemplo, la mitad). Pero es equilibrio porque si una produce esa cantidad, la otra tiene incentivos a desviarse.

(3) [3 puntos] ¿Existe una fecha sobre la cual se tenga certeza de que el mercado desaparece? ¿Cuál?

Respuesta: Sí, cuando $\left(100 \cdot 0.8^t\right) = c$, esto es, $t \geq \frac{\ln c - \ln 100}{\ln 4 - \ln 5}$.

(4) [8 puntos] ¿Es posible en este mercado sostener un cartel? Refiérase a la ganancia de formarlo, a la ganancia de desviarse del acuerdo, y a la credibilidad de que gozaría tal acuerdo.

Respuesta: No, porque el horizonte de tiempo en el que podrían cooperar es finito y conocido, por lo que por inducción hacia atrás (esto es, en un equilibrio perfecto en subjuegos) sabemos que el acuerdo no se sostiene, aún en el juego repetido.

IV. *Oferta de la industria* [24 puntos]

Considere una industria perfectamente competitiva, en que cada uno de los $i = 1, 2, ..., n$ productores tiene una función de costo marginal:

$$CMg_i = 10 + 2q_i$$

No existen costos fijos. La demanda es $Q = 100 - p$.

(1) [5 puntos] Encuentre la función de **ganancias** de cada empresa.

Respuesta:

$$C(q) = \int_0^q (10 + 2x)\, dx = 10q + q^2$$

No existen costos fijos, por lo que la constante de integración es 0. Entonces:

$$\pi = pq_i - \left(10q_i + q_i^2\right)$$

(2) [5 puntos] A partir de (1), encuentre la función de **oferta** de cada empresa. Muestre su desarrollo.

Respuesta:

$$\max_{q_i} \pi \Rightarrow q_i^* = \begin{cases} \frac{1}{2}(p - 10) & \text{si } p \geq 10 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

(3) [7 puntos] Encuentre, entonces, la **oferta de corto plazo** de la industria (esto es, del período de tiempo en que no pueden entrar nuevos productores). Encuentre el **equilibrio** de corto plazo; descríbalo completamente.

Respuesta:

$$Q(p) = nq_i^*(p) = \begin{cases} n\frac{1}{2}(p - 10) & \text{si } p \geq 10 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

En equilibrio:

$$\begin{aligned}
n\frac{1}{2}(p - 10) &= 100 - p \\
&\Rightarrow p^* = \frac{5n + 100}{\frac{1}{2}n + 1} = \frac{10n}{n+2} + \frac{200}{n+2} \\
Q^* &= 100 - \frac{10n}{n+2} + \frac{200}{n+2} \\
q_i^* &= \frac{1}{n}\left(\frac{10n}{n+2} + \frac{200}{n+2}\right) = \frac{10n + 200}{2n + n^2} \\
\pi_i^* &= \left(\frac{10n}{n+2} + \frac{200}{n+2}\right)\frac{10n + 200}{2n + n^2} - 10\left(\frac{10n + 200}{2n + n^2}\right) - \left(\frac{10n + 200}{2n + n^2}\right)^2 \\
&= \frac{100(17n - 20)(n + 20)}{(n+2)^2 n^2}
\end{aligned}$$

En equilibrio, el precio es un promedio ponderado de los interceptos de la oferta y la demanda, donde la ponderación de la oferta es creciente en el número de empresas. Esto es, mientras más empresas hayan, menor es el precio de equilibrio. Esto no ocurre porque haya "más competencia" –al menos, en el sentido de poder de negociación–, sino porque con más plantas es posible reducir los costos totales de producción. En efecto, el mínimo CMe ocurre en $q_i = 0$. Es decir, como en todas partes hay rendimientos decrecientes, al haber más empresas se pueden aprovechar los mayores rendimientos iniciales para cada volumen agregado Q. Por otro lado, como el precio es decreciente en n, también lo es la producción de cada empresa $q_i^*(n)$.

(4) [7 puntos] Suponga que cada empresa puede producir como mínimo una unidad. Encuentre la curva de **oferta de largo plazo** de la industria cuando la tecnología implícita en las funciones de costo es un bien libre. Calcule el **equilibrio** de largo plazo. ¿Cuántas empresas hay en ese equilibrio?

Respuesta: El costo medio mínimo ocurre con $q_i = 1$ en caso de que no se pueda producir menos de 1 unidad. En ese caso, el costo medio es $10 + q = 11$, por lo que ese es el precio de equilibrio cuando hay libre entrada. La cantidad producida en la industria es $Q = 100 - p = 89$, por lo que hay 89 empresas operando.