Universidad de Montevideo
Examen de Microeconomía II
Febrero de 2011

Marcelo Caffera

EJERCICIO 1

Considere una pequeña economía de intercambio entre puro con dos consumidores, A y B, y dos bienes, 1 y 2. La dotación incial de A es de 4 unidades del bien 1 y una unidad del bien 2. La asignación inicial de B es de 0 unidades del bien 1 y de 7 unidades del bien 2. La función de utilidad es $U_A = x_1^A x_2^A$, donde x_1^A es la cantidad que A consume del bien 1 y x_2^A es la cantidad que consume del bien 2. Por su parte, la funcion de utilidad de B es $U_B = \min\left(x_1^B, x_2^B\right)$, donde x_1^B es la cantidad que B consume del bien 1 y x_2^B es la cantidad que B consume del bien 2.

(a) Dibuja una caja de Edgeworth que muestre las asignaciones iniciales y algunas curvas de indiferencia de cada consumidor.

(b) ¿Cuál es la curva de contrato de esta economía? Señálela en el gráfico.

La curva de contrato de esta economía es la recta que une los puntos $x_1^B = x_2^B$ en el gráfico. Estos son los únicos puntos del gráfico en los que no se puede mejorar la utilidad de uno sin disminuir la del otro.

(c) ¿Es equitativa la asignación inicial? Fundamente su respuesta con la ayuda del gráfico.

Para que una asignación sea equitativa, ningún consumidor tiene que envidiar la canasta del otro. Esto quiere decir que en la asignación inicial se tiene que cumplir, en este caso, que

$$x_1^A x_2^A \geq x_1^B x_2^B$$

y

$$\min\left(x_1^B, x_2^B\right) \geq \min\left(x_1^A, x_2^A\right)$$

En la dotación inicial w del gráfico,

$$\begin{aligned} x_1^A &= 4 \\ x_2^A &= 1 \\ x_1^B &= 0 \\ x_2^B &= 7 \end{aligned}$$

por lo que

$$\begin{aligned} U_A &= 4 \times 1 = 4 \\ U_B &= \min(0, 7) = 0 \end{aligned}$$

Si A consumiera la canasta de B y B la de A, sus utilidades serían

$$\begin{aligned} U_A &= 0 \times 7 = 0 \\ U_B &= \min(4,1) = 1 \end{aligned}$$

Es decir que si intercambian canastas, A estaría peor y B mejor. Por lo que B envidia la dotación inicial de A, por lo que la dotación inicial no es equitativa.

(d) ¿Podría algún cociente de precios llevar a estos dos individuos desde la asignación inicial hasta un equilibrio competitivo que sea justo? Fundamente su respuesta con la ayuda del gráfico.

Una asignación es justa si es equitativa y óptima en el sentido de Pareto.

Como vimos en el punto (c), una asignación equitativa es aquella en la que ninguno de los dos consumidores envidia la canasta del otro. Es decir, $(x_1^A, x_2^A) \succeq_A \left(x_1^B, x_2^B\right)$ y $\left(x_1^B, x_2^B\right) \succeq_B (x_1^A, x_2^A)$. En este caso concreto, $x_1^A x_2^A > x_1^B x_2^B$ y $\min\left(x_1^B, x_2^B\right) > \min\left(x_1^A, x_2^A\right)$.Incorporando la restricción de viabilidad, las canastas en las que A no va a envidiar a B serán aquellas en las que se cumple

$$x_1^A x_2^A > \left(4 - x_1^A\right)\left(8 - x_2^A\right) = x_1^A x_2^A - 4x_2^A - 8x_1^A + 32$$

$$\begin{aligned} 0 &> -4x_2^A - 8x_1^A + 32 \\ 4x_2^A &> -8x_1^A + 32 \\ x_2^A &> -2x_1^A + 8 \end{aligned}$$

Todas las combinaciones de x_1^A y x_2^A que cumplan con esta condición constituirán canastas de consumo de A en las cuales no envidia a B.

Por su parte, todas las canastas de B en las cuales no envidia a A vendrán dadas por

$$\min\left(x_1^B, x_2^B\right) > \min\left(4 - x_1^B, 8 - x_2^B\right)$$

Si imponemos la restricción de que además se encuentren sobre la curva de contrato ($x_1^B = x_2^B$),

$$\begin{gathered} x_2^B > \min\left(4 - x_2^B, 8 - x_2^B\right) = 4 - x_2^B, \text{ para todo } x_2^B \geq 0 \\ 2x_2^B > 4 \\ x_2^B > 2 \end{gathered}$$

El segmento de la curva de contrato para el cual $x_1^B = x_2^B > 2$ está formado por las canastas que no le provocan a B envidia de lo que consume A. Para hallar el segmento de la curva de contrato compuesto por las canastas que si A consume no siente envidia de B tomamos la condición $x_2^A > -2x_1^A + 8$ y le imponemos la condición de la curva de contrato: $4 - x_1^A = 8 - x_2^A$, o lo que es lo mismo $x_2^A = 4 + x_1^A$. Utilizando ambas ecuaciones,

$$\begin{aligned} 4 + x_1^A &> -2x_1^A + 8 \\ 3x_1^A &> 4 \\ x_1^A &> 4/3 \end{aligned}$$

Por lo que

$$x_2^A = 4 + 4/3$$

$$x_2^A = 5.3333$$

En el gráfico el punto $\left(x_1^A, x_2^A\right) = (1.3333, 5.3333)$ se corresponde más o menos con el punto C. Por su parte, el punto $\left(x_1^B, x_2^B\right) = (2, 2)$ se corresponde con el punto D. Cualquier punto en la curva de contrato entre los puntos C y D es una asignación justa (equitativa y óptima en el sentido de Pareto. Un cociente de precios que lleve a ambos consumidores desde la asignación inicial W a un punto en este segmento de la curva de contratos, como por ejemplo el punto E : $(x_1^A = 1.5; = x_2^A = 5.5; x_1^B = 2.5; x_2^B = 2.5)$, es

$$(5.5 - 1)/(4 - 1.5) = 1.8$$

Para una respuesta basada en un análisis gráfico, bastaba con dibujar un pendiente que una el punto W con un punto sobre la currva de contrato, entre los puntos C y D.

EJERCICIO 2

En la Isla de la Verdad está prohibido comerciar con el mundo exterior. Sólo se consumen dos bienes en esta isla, leche y trigo. En la parte Norte de la isla habitan 40 agricultores y cada uno de ellos puede producir cualquier combinación de cantidades no negativas de leche y trigo que satisfaga la ecuación $l = 60 - 6t$, donde l es la cantidad de leche y t la cantida de trigo. En la parte sur de la isla habitan 60 agricultores y cada uno de ellos puede producir cualquier combinación de cantidades no negativas de leche y trigo que satisfaga la ecuación $l = 40 - 2t$. La economía está en equilibrio competitivo y 1 unidad de trigo es intercambiable por 4 unidades de leche.

(a) Represente en un gráfico el conjunto de posibilidades de producción de un agricultor típico del norte de la isla. Dados los precios de equilibrio, ¿se especializará este agricultor en la producción de leche, en la producción de trigo o producirá ambos bienes? Trace en el mismo gráfico el presupuesto del agricultor en su papel de consumidor si elige de modo óptimo la cantidad a producir.

(b) Repita el análisis para un agricultor típico del sur de la isla, en otro gráfico.

(c) Suponga que la isla se abre al comercio exterior y la nueva relación de intercambio para a ser de una unidad de trigo por 3 unidades de leche. ¿Variarán la producción los productores del sur y del norte de la isla?

(d) Dibuja en los gráficos respectivos la nueva restricción presupuestaria de los agricultores del sur y del norte de la isla si eligen de acuerdo a su respuesta al punto anterior.

(e) Suponiendo que la apertura al comercio internacional se pone a votación, que cada agricultor tiene un voto y que cada uno vota de acuerdo a sus propios intereses, ¿cuál será el resultado de la votación?

EJERCICIO 3

Un aeropuerto está situado junto a un gran solar propiedad de un agente inmobiliario. Cuanto mayor es el número de aviones que aterrizan y despegan, menor es el beneficio que el agente inmobiliario puede obtener de la construcción de edificios en el terreno. Más específicamente, los beneficios totales del aeropuerto vienen dados por $48x - x^2$, donde x es el número de aviones que operan en el aeropuerto diariamente. Por su parte, los beneficios del agente inmobiliario viene dados por $60y - y^2 - xy$, donde y es el número de edificios construidos.

(a) Si el dueño del aeropuerto y del terreno deciden su nivel de actividad sin ningún tipo de acuerdo, y ambos maximizan beneficios, cuál será el nivel de aviones, el número de edificios, los beneficios del aeropuerto, los beneficios del agente inmobiliario y los beneficios totales resultantes.

(b) Supongamos que se pasa una ley por la cual los administradores del aeropuerto son los responsables de los daños ocasionados al propietario del terreno. Como los beneficios del agente inmobiliario son $60y - y^2 - xy$ pero podrían haber sido $60y - y^2$ si el aeropuerto no existiera, la ley establece que el aeropuerto le debe pagar al agente una compensación de xy. ¿Cuál será el nivel de aviones, el número de edificios, los beneficios del aeropuerto, los beneficios del agente inmobiliario y los beneficios totales resultantes?

(c) Si el aeropuerto y el terreno fueran del mismo dueño, ¿cuál sería el nivel de aviones, el número de edificios, los beneficios del aeropuerto, los beneficios de la construcción de edificios, y los beneficios totales resultantes?

(d) Si la situación original fuera la del punto (a), cuáles serían el número de aviones que operarían en el aeropuerto, el número de edificios construidos en terreno, los beneficios del aeropuerto, los beneficios del agente inmobiliario, y los beneficios totales resultantes, si el agente inmobiliario les ofreciera a los administradores del aeropuerto un acuerdo por el cual ellos disminuyen el tráfico aéreo y él los

reembolsa por las pérdidas ocasionadas por dicha disminución?

$$\max_{x,y} 60y - y^2 - xy - (576 - (48x - x^2))$$

$$\max_{x,y} 60y - y^2 - xy - 576 + 48x - x^2$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x} &= -y + 48 - 2x = 0 \\
\frac{\partial}{\partial y} &= 60 - 2y - x = 0 \\
60 - 2(48 - 2x) - x &= 0 \\
60 - 96 + 4x - x &= 0 \\
36 &= 3x \\
\mathbf{x} &= \mathbf{12} \\
y &= 48 - 2 \times 12 \\
\mathbf{y} &= \mathbf{24} \\
\pi_A &= 60 \times 24 - 24^2 - 12 \times 24 - 576 + 48 \times 12 - 12^2
\end{aligned}$$

$$\pi_A = 432$$

$$\pi_B = 576$$

$$\pi_{Total} = 432 + 576 = 1008$$