

Universidad de Montevideo  
Examen de Microeconomía  
Diciembre 2006  
Marcelo Caffera

EJERCICIO 1<sup>1</sup>

Considere dos personas,  $H$  y  $M$  quienes tienen que decidir si casarse o permanecer solteros. Asuma que se van a casar si estando casados su utilidad aumenta. Asuma que esta utilidad depende de los bienes producidos por el hogar. Éstos son muchos e incluyen la calidad de las comidas, la calidad y la cantidad de hijos, compañía, amor, etc. Asuma que todos estos bienes pueden combinarse en un único agregado que se denota  $Z$ . Maximizar la utilidad para cada individuo se transforma entonces en maximizar  $Z$ . La "función de producción" de  $Z$  es la siguiente:

$$Z = f(x_1, \dots, x_m, t_H, t_M, E)$$

donde  $x_1, \dots, x_m$  son  $m$  bienes y servicios que se compran en el mercado,  $t_H$  y  $t_M$  es el tiempo que  $H$  y  $M$  le dedican al hogar y  $E$  es una variable exógena que representa factores externos. La restricción presupuestaria del hogar puede escribirse como

$$\sum_m p_i x_i = w_H l_H + w_M l_M + v$$

donde  $w_i$  es el salario para  $H$  y para  $M$  y  $l_i$  el tiempo que trabajan. Por último,  $v$  es un ingreso no laboral. Ambos miembros del hogar tienen una restricción de tiempo

$$l_i + t_i = T$$

donde  $T$  es la cantidad de tiempo total disponible (24 horas por día, por ejemplo) e  $i$  se refiere a  $H$  y  $M$ . Sustituyendo esta restricción temporal en la restricción presupuestaria de arriba podemos escribir una nueva restricción presupuestaria más completa

$$\sum_m p_i x_i + w_H t_H + w_M t_M = (w_H + w_M) T + v = S$$

donde  $S$  es el máximo ingreso monetario alcanzable.

(a) Derive la condición de primer orden que define la asignación del tiempo que  $H$  y  $M$  le destinan al hogar (cuando ambas  $0 < t_H < T$  y  $0 < t_M < T$ ). Interprete la condición.

(b) En base a la condición anterior, ¿qué relación debe darse para que el tiempo que el miembro  $k$  ( $k = H$  o  $M$ ) destine al hogar sea igual  $T$ . Interprete su respuesta.

---

<sup>1</sup>Becker, G. S. (1973), "A Theory of Marriage: Part I", *Journal of Political Economy*, **81**, 4.

(c) ¿Qué relaciones deben darse entre los salarios y los productos marginales en el hogar para que  $t_M > t_H$ ? Interprete su respuesta.

(d) ¿Puede decir algo acerca del efecto de un incremento en  $w_M$  relativo a  $w_H$ , en el incentivo a casarse cuando  $w_M < w_H$ ,? Asuma que las  $M$  casadas trabajan mucho menos en el mercado que las mujeres solteras y que los hombres casados trabajan más que los solteros. ¿Es cierto este supuesto?

## EJERCICIO 2

Suponga la siguiente función de producción

$$q = K^\alpha L^\beta$$

con  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \beta < 1$ ,  $\alpha + \beta = 1$ .

(a) Demuestre que  $e_{q,L} = \alpha$ ,  $e_{q,K} = \beta$ ,  $PMg_L > 0$ ,  $PMg_K > 0$ ,  $\partial^2 q / \partial L^2 < 0$ , y  $\partial^2 q / \partial K^2 < 0$

(b) Demuestre que la  $RST$  sólo depende de  $K/L$  pero no de la escala de producción, y que la  $RST$  (de  $L$  por  $K$ ) disminuye a medida que aumenta  $L/K$ .

(c) Asuma que una empresa tiene la función de producción del punto (a) y que esta empresa puede adquirir todo el  $K$  y  $L$  que quiera en un mercado de factores competitivos a los precios  $v$  y  $w$  respectivamente. Demuestre que la minimización de costos exige

$$\frac{vK}{\alpha} = \frac{wL}{\beta}$$

(d) Suponiendo que se minimizan los costos, demuestre que los costos totales se pueden expresar como (este es un resultado general, para el cual no es necesario y no conviene suponer  $\alpha + \beta = 1$ )

$$CT = Bq^{1/\alpha+\beta} w^{\beta/\alpha+\beta} v^{\alpha/\alpha+\beta}$$

donde  $B$  es una constante que depende de  $\alpha$  y  $\beta$ .

## EJERCICIO 3

Una empresa uruguaya produce unas máquinas de alta calidad para venderlas en todo el mundo. La función de costos total de máquinas ( $q$ ) viene dada por

$$CT = \frac{q^2}{4}$$

Las máquinas sólo se demandan en Australia (donde la curva de demanda viene dada por  $q = 100 - 2p$ ) y Chipre (donde la curva de demanda viene dada por  $q = 100 - 4p$ ). Si la empresa uruguaya puede controlar las cantidades ofertadas en cada mercado, ¿cuántas debe vender en cada lugar para maximizar sus beneficios totales? ¿Qué precio debe cobrar en cada mercado?