La Maximización de Beneficios y la Oferta

Marcelo Caffera

Cap.8: cómo minimizan costos las empresas dado q
Éste: *cómo eligen* q
Antes:

1 La Naturaleza y el comportamiento de las empresas

Las empresas son un nexo de contratos incompletos. Pero nos vamos a abstraer de los problemas que ello genera y vamos a suponer que son un sólo agente que maximizan beneficios.

2 Maximización del beneficio

Los ingresos de una empresa vienen dados por

$$IT(q) = p(q) * q$$

Por ahora tenemos en cuenta el caso general en que $p = p(q)$.

Los costos vienen dados por la función de costos (mínimos) hallada en el capítulo pasado:

$$CT(q)$$

$$\pi(q) = IT(q) - CT(q) = p(q) * q - CT(q)$$

Condición de primer orden para hallar un q que maximice beneficios es

$$\pi'(q) = IT'(q) - CT'(q) = 0$$

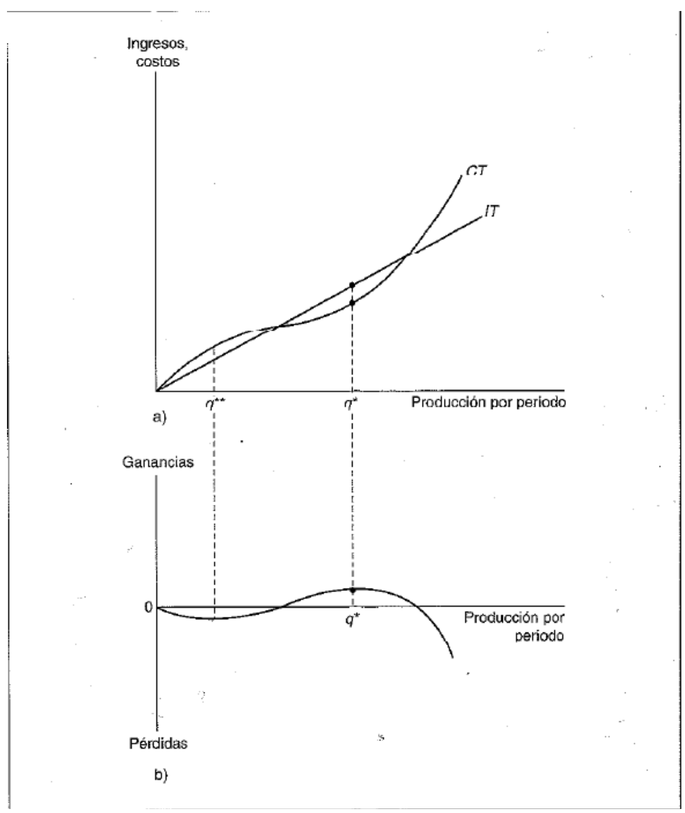
ó

$$\boxed{IM = CM}$$

Condición de segundo orden

$$\pi''(q) < 0$$

Análisis gráfico: cON INGRESO MARGINAL CONSTANTE


Ingresos, costos
CT
IT
q**
q*
Producción por periodo
a)
Ganancias
0
q*
Producción por periodo
Pérdidas
b)

3 Ingreso marginal

$$IM(q) = \frac{dIT(q)}{dq} = \frac{d\left[p(q) \times q\right]}{dq} = p(q) + p\acute{}(q) \times q$$

Si la empresa no tiene poder sobre p, es precio aceptante, $p\acute{}(q) = 0$ e $IM = p$

Si p baja cuando la empresa produce más ($p\acute{}(q) < 0$), $IM(q) < p(q)$.

Más formalmente:

3.1 Ingreso marginal y elasticidad precio

Como vimos arriba

$$IM(q) = p(q) + p\acute{}(q) \times q$$

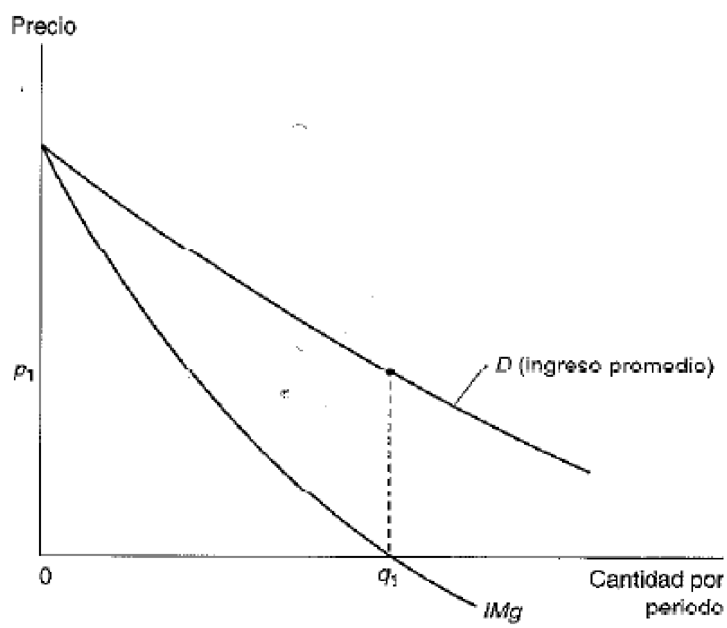
Si divido y multiplico el segundo término de la derecha por p

$$IM(q) = p(q) + p\acute{}(q) \times q \times \frac{p}{p} = p(q) + p\acute{}(q) \times \frac{q}{p(q)} \times p(q) = p(q) + \frac{1}{e_{q,p}} \times p(q)$$

$$\boxed{IM(q) = p(q) \times \left[1 + \tfrac{1}{e_{q,p}}\right]}$$

De esta igualdad concluímos que si la demanda tiene pendiente negativa ($e_{q,p} < 0$), $IM(q) < p(q)$. La curva de IM va por debajo de la de la demanda.

También podemos inferir los valores del $IM(q)$ de acuerdo a los valores que tome $e_{q,p}$. Por ejemplo, si la demanda es elástica ($e_{q,p} < -1$), el $IM(q) > 0$. Cuanto más elástica, más cerca estará el IM del p. Cuando $e_{q,p} = \infty$, $IM(q) = p(q)$. Si la demanda es inelástica ($-1 < e_{q,p} < 0$), el $IM < 0$.Por último, si $e_{q,p} = -1$, $IM(q) = 0$.


Precio
p_1
D (ingreso promedio)
0
q_1
IMg
Cantidad por periodo

3.2 La curva de ingreso marginal

4 La Oferta de *corto plazo* de la una firma precio-aceptante

4.1 Análisis gráfico

4.1.1 La Decisión de maximización de los beneficios

$$\pi'(q) = p - CM(q) = 0$$

ó

$$\boxed{p = CM}$$

Condición de segundo orden

$$\pi''(q) = -CM'(q) < 0$$

La empresa precio aceptante maximiza beneficios cuando $p = CM$ en la sección creciente de la curva de CM.

4.1.2 La curva de oferta a corto plazo de la empresa

Análisis gráfico: La curva de oferta de corto plazo *de una empresa precio-aceptante es el segmento ascendente de la* CMC *que está por encima del* min $CVMe$.

Un poco de álgebra:

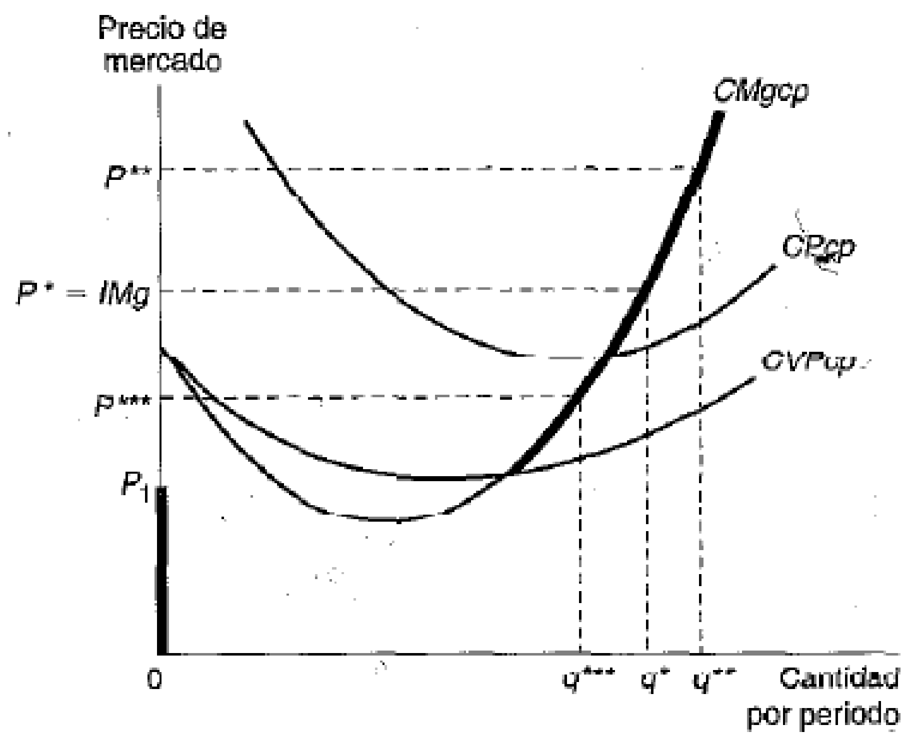
$$\pi = pq - CTC(q) = pq - CF - CV(q)$$

Si $q = 0$, $\pi = -CF$. Por lo tanto, la empresa va a producir si

$$\pi > -CF$$

Esto equivale a

$$\begin{aligned} pq - CF - CV(q) &> -CF \\ pq - CV(q) &> 0 \\ p &> \frac{CV(q)}{q} = CVMe(q) \end{aligned}$$


Precio de mercado
CMgcp
P**
CPcp
P* = IMg
CVPcp
P***
P1
0
q***
q*
q**
Cantidad por periodo

4.2 Ejemplo:

$$\begin{aligned} CTC &= 4v + \frac{wq^2}{400} \\ w &= v = 4 \\ CTC &= 16 + \frac{q^2}{100} \\ CMC &= \frac{q}{50} \end{aligned}$$

Hallo la curva de oferta de corto plazo:

$$\begin{aligned} p &= CMC = \frac{q}{50} \\ q &= 50p \end{aligned}$$

Hallo el precio de cierre.

$$\begin{aligned} CVC &= \frac{q^2}{100} \\ CVMeC &= \frac{q}{100} \\ \min CVMeC &\Rightarrow q = 0 \end{aligned}$$

En este punto, como sabemos, $CMC = 0$. Por lo que la empresa cerrará sólo si $p = 0$.

Hallo el precio mínimo debajo del cual tiene pérdidas.

Observar que

$$CMeC = \frac{16}{q} + \frac{q}{100}$$

El $\min CVMe$:

$$\begin{aligned} -\frac{16}{q^2} + \frac{1}{100} &= 0 \\ \frac{q^2}{100} &= 16 \\ q^2 &= 1600 \\ q &= +\sqrt{1600} = 40 \end{aligned}$$

Cuando $q = 40$,

$$CMeC = \frac{16}{40} + \frac{40}{100} = \frac{4}{5}$$

Y, como sabemos,

$$CMC = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

La empresa obtiene pérdidas para todo $p < 4/5$.

Si $p = 0.6$, ¿cuánto produce?

$$\begin{aligned} 0,6 &= \frac{q}{50} \\ q &= 50 \times 0.6 = 30 \end{aligned}$$

¿Cuánto pierde?

$$\pi(50) = 0.6 \times 30 - 16 - \frac{30^2}{100} = -7$$

¿Pierde menos que no produciendo nada? Sí:

$$\pi(0) = -16$$

5 La maximización de beneficios y la demanda de factores

5.1 El problema que resuelve el empresario

La firma maximiza beneficios en K y L:

$$\pi(K, L) = pq - CT = p \times f(K, L) - (vK + wL)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\begin{aligned} \pi_K &= p \times f_K - v = 0 \\ \pi_L &= p \times f_L - w = 0 \end{aligned}$$

ó

$$\begin{aligned} p \times f_K &= v \\ p \times f_L &= w \end{aligned}$$

La empresa iguala VPMg del insumo a su precio. Las cpo de arriba también implican

$$\begin{aligned} \frac{p \times f_K}{p \times f_L} &= \frac{v}{w} \\ \frac{f_K}{f_L} &= \frac{v}{w} \\ RST &= \frac{v}{w} \Rightarrow \text{ minimización de costos} \end{aligned}$$

Las condiciones de segundo orden:

$$\begin{aligned} \pi_{KK} &< 0, \pi_{LL} < 0 \\ \begin{vmatrix} \pi_{KK} & \pi_{KL} \\ \pi_{LK} & \pi_{LL} \end{vmatrix} &= \underset{(-)\times(-)}{\pi_{KK}\pi_{LL}} - \underset{(+)}{\pi_{KL}^2} > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_{KK} &= p \times f_{KK} < 0 \\ \pi_{LL} &= p \times f_{LL} < 0 \end{aligned}$$

Las productividades marginales decrecientes aseguran estas dos condiciones.

La tercera ($\pi_{KK}\pi_{LL} - \pi_{KL}^2 > 0$) equivale a suponer que las productividades marginales sean lo suficientemente decrecientes como para que compensen el incremento en la productividad marginal del trabajo que provoca un aumento en el capital y viceversa. De esta manera los costos marginales de la producción se hacen crecientes.

5.2 Las funciones de demanda de factores

La soluciones a este problema son las funciones de demanda de los factores:

$$\begin{aligned} K^* &= K^*(p, w, v) \\ L^* &= L^*(p, w, v) \end{aligned}$$

5.3 La función de oferta

Otra forma de hallar la función de oferta (aparte de la de igualar CM con P) es sustituir las funciones de demanda de factores en la función de producción. La función de oferta será

$$q = f(K^*(p, w, v), L^*(p, w, v)) = q^*(p, w, v)$$

5.4 Cálculo de una función de oferta (Ejemplo 13.4: Nicholson 8a edición)

Suponemos que la función de producción de un carro de chorizos es la siguiente:

$$q = 10K^{0.25}L^{0.25}T^{0.5}$$

Donde k es el carrito y además de éste y trabajo se necesita un pedazo de tierra T. Supuesto: $T = 16$ metros cuadrados.

$$q = 40K^{0.25}L^{0.25}$$

Maaximizo el beneficio en K y L

$$\pi = p \times \left[40K^{0.25}L^{0.25}\right] - CT$$

$$\pi = p \times \left[40K^{0.25}L^{0.25}\right] - vK - wL - R$$

R: precio de alquiler de la tierra.

Hallo las condiciones de primer orden:

Dividiendo la primera CPO entre la segunda obtengo la expresión (conocida para una Cobb - Douglas):

$$\frac{L}{K} = \frac{v}{w}$$

Despejando L y sustituyendo en cualquiera de las CPO, obtengo la *función de demanda de* K:

$$K^*(p, w, v) = \frac{160p^2}{v^{3/2}w^{1/2}}$$

Sustituyendo esto en $L = v/k \times K$ obtenemos la *función de demanda de* L

$$L^*(p, w, v) = \frac{100p^2}{w^{3/2}v^{1/2}}$$

Por último, introduciendo K^* y L^* en la función de producción a corto plazo obtenemos la *función de oferta a corto plazo*

$$q(p,w,v) = \frac{400p}{w^{1/2}v^{1/2}}$$

Si $w = v = 4$

$$q = 100p$$

Si $P = 1$

$$\begin{aligned} q &= \\ K &= \\ L &= \\ CVC &= \\ IT &= \\ IT &> CVC: \text{ produce} \end{aligned}$$

5.4.1 Un desplazamiento de la oferta

$w = 9$

6 La función de beneficios (máximos)

$$\begin{aligned} \pi(p,w,v) &= \max_{(k,l)} [\pi(k,l)] = \pi(k^*(p,w,v), l^*(p,w,v)) \\ &= p \times f(K^*(p,w,v), L^*(p,w,v)) - (vK^*(p,w,v) + wK^*(p,w,v), L^*(p,w,v)) \end{aligned}$$

6.1 El Excedente de Producción a corto plazo

Se define como lo que gana la empresa en relación a lo que gana cuando no produce nada.

Lo que gana la empresa si produce es:

$$\pi^* = pq^* - CVC(q^*) - CF$$

(positivo o negativo).

Lo que gana si no produce es $-CF$.

Por lo tanto la diferencia es

$$\pi^* - (-CF) = \pi^* + CF = pq^* - CVC(q^*)$$

Se puede demostrar que el $EP = \pi^* + CF$ es el área debajo de p y por encima de los costos marginales:

$$\begin{aligned} EP &= \int_0^{q^*} [P - CMg(q^*)]\, dq = [pq^* - CT(q^*)] - [p * 0 - CT(0)] \\ &= pq^* - CT(q^*) + CT(0) \\ &= \pi^* + CF \end{aligned}$$

7 El excedente del productor a largo plazo

Es $= 0$ por definición en competencia perfecta

8 Práctico: 9.2, 9.3 y 9.6