LOS COSTOS DE PRODUCCIÓN

Marcelo Caffera

1 Definiciones de costos

Cuando hablamos de costo hablamos de costo de oportunidad.

1.1 Costos laborales (w) :

Salario por hora. Se supone que es su costo de oportunidad.

1.2 Costos de capital (v) :

Costo de los servicios del capital (uso de las máquinas) por hora. Diferente al costo contable (una fracción del valor original que se asigna a ese período como depreciación). El costo económico de una máquina es lo que otro estaría dispuesto a pagar para alquilarla, es su *precio de alquiler*.

1.3 Costos de los servicios empresariales:

Costo de oportunidad del tiempo del empresario.

Por todo esto, los beneficios económicos serándiferentes a los contables. Los contables incluyen el costo de oportunidad del dueño, por lo que descontado éste, los beneficios económicos pueden ser negativos.

2 Supuestos:

Sólo hay 2 factores K y L.

Los costos de oportunidad del empresario están comprendidos en los costos del capital. Es decir, suponemos que el costo de oportunidad del dueño está unicamente relacionado con los costos de oportunidad del capital que aporta.

3 Beneficios económicos:

$$\pi = p * f(K, L) - wL - vK$$

Maximizando esta función respecto a K y L, obtenemos las funciones de demanda de K y L.

Pero en lugar de hacer esto vamos a empezar por otro problema, el de minimización de los costos, lo cual nos permitirá desarrollar una teoría sobre los costos.

4 El problema de minimización de los costos

$$\min_{K,L} wL + vK \tag{1}$$
$$s.a. f(K,L) = q_0$$

Lagrange:

$$\mathcal{L} = wL + vK + \lambda\left(q_0 - f(K,L)\right)$$

Conidiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} v - \lambda f_K &= 0 \\ w - \lambda f_L &= 0 \\ q_0 - f(K,L) &= 0 \end{aligned}$$

De 1) y 2):

$$\frac{w}{v} = \frac{f_L}{f_K} = RST_{KporL} = -\frac{dK}{dL}$$

Intuición sobre la solución: $RST = \frac{w}{v}$

Otro resultado que sale de las CPO:

$$\lambda = \frac{w}{f_L} = \frac{v}{f_K} \text{ o } \frac{1}{\lambda} = \frac{f_L}{w} = \frac{f_K}{v}$$

λ es como un costo marginal de q. $1/\lambda$ es igual al producto marginal de último peso gastado.

Análisis gráfico:

4.1 Solución: Demanda condicionada de factores

Resolviendo el problema anterior obtenemos las funciones de demandas condicionadas (a un nivel de producción) de factores

$$k*$$
$$l*$$

5 La Función de Costos

Matemáticamente sale de sustituir (K^*, L^*) hallados como solución del problema de minimización de costos en la función objetivo de este problema; $wL + vK$. Lo ilustramos con un ejemplo.

5.1 Ejemplo: minimización de costos con una función de producción Cobb-Douglas

$$q = K^{0.5}L^{0.5} = 40$$

....
....
....

$$RST = K/L = w/v$$

....

5.2 Función de costo total

Muestra el costo total *mínimo* en que incurre la empresa para alcanzar un nivel de producción q determinado, dado los precios de los factores de producción.

$$CT = CT(w, v, q)$$

5.3 Función de costos medios:

$$CMe(w,v,q) = \frac{CT(w,v,q)}{q}$$

5.4 Función de costos marginales:

$$CM(w,v,q) = \frac{\partial CT(w,v,q)}{\partial q}$$

5.5 Análisis gráfico

5.5.1 Caso 1: CT, CMe y CM con rendimientos constantes a escala

Supongamos

$$CT(q=1) = vK_1 + wL_1$$

Si existen rendimientos constantes a escala:

$$CT(q=m) = vmK_1 + wmL_1 = m\left(vK_1 + wL_1\right) = mCT(q=1)$$

Los CT son proporcionales a q. $CT = mq.CT$ es una recta.

Gráfico

CMe y CM son constantes

Gráfico

5.5.2 Caso 2: CT, CMe y CM cuando CT es cúbica

$$CT(q) = aq^3 + bq^2 + cq + d$$

con $a \neq 0$. Grafico: La típica CT $(b<0)$.

GRAFICO

Las funciones de CMe y CM tienen forma "U"

GRAFICO

1. $CM = CMe$ en $q = 0$. Demostración usando L'Hopital rule. La regla de L´Hopital dice que si $f(a) = g(a) = 0$, entonces $\lim_{x \to a} \frac{f(a)}{g(a)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(a)}{g'(a)}$. Si tomamos $CT(q)$ y q como f y g, respectivamente, tenemos que $CT(0) = q(0) = 0$. Por lo tanto, $\lim_{q \to 0} \frac{CT(q)}{q} = \lim_{q \to 0} \frac{CM(q)}{1}$. En otras palabras, $CMe(q) = CM(q)$ en $q = 0$.

2. En las primeras unidades de q el CMe es más alto que el CM ya que el CMe refleja también el costo (mayor) de todas las unidades a la izquierda de q con un CM más alto.

3. El $CM(q)$ corta al $CMe(q)$ en el mínimo del $CMe(q)$.($Esto$ se puede demostrar haciendo la derivada de $CMe(q)$ e igualando a cero. La condición exige $CM = CMe$).

6 Sustitución de factores

6.1 Un nueva forma de medir la elasticidad de sustitución entre factores

En el capitulo anterior medimos la elasticidad de sustitución como

$$\sigma = \frac{d(k/l)/(k/l)}{dTMST/TMST} = \frac{d\ln(k/l)}{d\ln(f_l/f_k)}$$

El problema de esta definición es que deja de ser muy util cuando hay más de dos factores de producción. En este caso la podríamos escribir

$$\sigma_{i,j} = \frac{d\ln(x_i/x_j)}{d\ln(f_j/f_i)}$$

Sin embargo, las derivadas parciales del denominador implican dejar constantes todo el resto de los factores de producción mientras cambiamos x_j por x_i manteniendo constante q.Pero esto no tiene mucho sentido. Nos impone una restricción media irreal, ya que es posible que varios factores de producción aparte de j deban moverse cuando se mueve i porque son sustitutos o complementarios de i. Luego de ver el problema de minimizaión de costos estamos en condiciones de enmendar este problema. Sabiendo ahora que el empresario que minimiza costos igualará $TMST$ con el cociente de precios, podemos sustitutir ésta por el cociente de precios de los factores y construir la siguiente medida de elasticidad de sustitución:

6.1.1 Elasticidad de Sustitución Parcial:

$$s_{ij} = \frac{d\ln(x_i/x_j)}{d\ln(w_i/w_j)}$$

donde x_i y x_j son dos factores de producción cualquiera de un conjunto de n factores, y w_i y w_j son sus precios, y donde la producción y el precio de los demás factores se mantien constante. Esta medida de elasticidad de sustitución no impone que el resto de los factores permanezcan constantes, sino que mide la elasticidad de sustitución entre dos factores permitiendo que haya sustitución o un cambio en el uso del resto de los factores como resultado del cambio en los precios relativos de estos dos factores. En tal sentido es una medida más aplicable y más real.

7 Diferencias entre el corto y el largo plazo

Corto plazo: *uno* de los factores productivos está fijo. Suponemos que este factor es el k y está fijo en $k = k_1$

Entonces tendremos:

Costos totales a corto plazo:

$$CTC(k_1) = vk_1 + wl$$

Costos fijos y variables:

$$\begin{aligned} CFC(k_1) &= vk_1 \\ CVC(k_1) &= wl \\ CTC(k_1) &= CFC(k_1) + CVC(k_1) \end{aligned}$$

los costos fijos son los costos de los factores que no se pueden mover en el corto plazo. los costos variables son los costos de los factores que sí se pueden mover.

CURVAS DE COSTOS FIJOS VARIABLES Y TOTALES DE CP

7.0.2 Las curvas de costo *total* medio y marginal a largo plazo

7.0.3 Las curvas de costos fijos y variables medios a largo plazo

gráfico

8 Relación entre las curvas de costo a largo y corto plazo

8.1 A corto plazo la empresa debe elegir combinaciones no optimas de factores

es importante darse cuenta que la $CTC(k1)$ no muestra los costos minimos para cada q, ya que como k está fijo no podrá ajustarse a su nivel que minimiza los costos. Una vez que fija k, la empresa no tiene más opción que mover l para alcanzar cualquier nivel de q que se proponga producir.

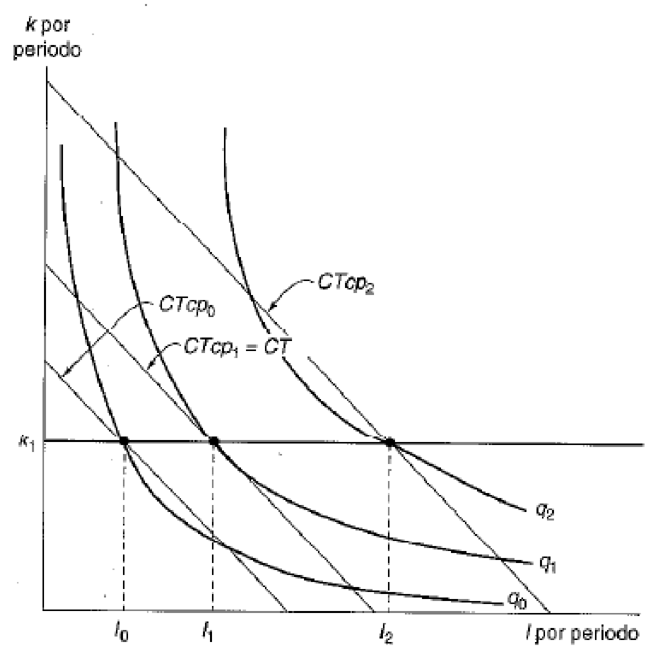
grafico

9 Anexo

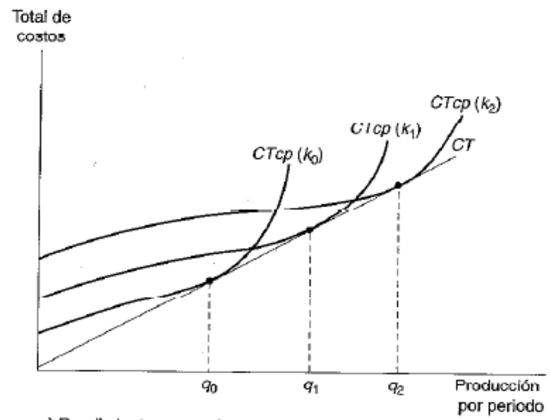
9.1 El problema dual: maximización de la producción

$$\max_{K,L} f(K,L) \tag{2}$$
$$\text{s.a. } CT_0 = wL + vK$$

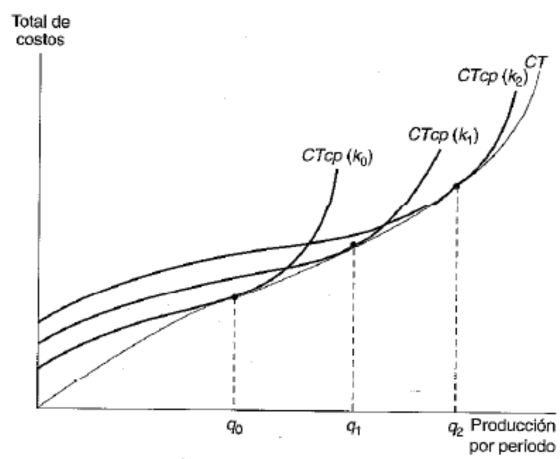
es fácil demostrar que (K^*, L^*) y las CPO serán las mismas que en el problema anterior



k por
periodo
CTcp2
CTcp0
CTcp1 = CT
k1
q2
q1
q0
l0
l1
l2
l por periodo



a) Rendimientos a escala constantes



b) Caso de la curva cúbica del costo total

9.2 La senda de expansión de la empresa

Resolvemos el problema de minimización de costos "sucesivamente" para niveles de q cada vez más altos suponiendo que w y v no cambian

Grafico

Sólo será una recta si f es homotética $<=>$ RST depende únicamente de K/L.

Tampoco tiene por qué tener pendiente positiva en todos sus tramos. Un factor puede transformarse en "inferior" a partir de cierto q.

Grafico

Ejemplo: cuánto más grande el pozo que queremos hacer menos palas utilizaremos y más máquinas.

9.3 Propiedades de las funciones de costos

9.3.1 Homogeneidad de grado 1 en los precios de los factores

CT, CMe y CM son homogéneas de grado 1 en los precios. Si se multiplican los precios de *todos* los factores por una misma constante, los costos también se multiplican por esa constantante.

9.3.2 La funciónde costos no es decreciente en q, w, y v

Obvio. Pero demostramos formalmente con el teorema del envolvente:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial CT^*}{\partial q} &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \lambda = CMg \geq 0 \\
\frac{\partial CT^*}{\partial w} &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = l^* \geq 0 \\
\frac{\partial CT^*}{\partial v} &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v} = k^* \geq 0
\end{aligned}$$

9.3.3 La función de costos es cóncava en los precios de los factores

Explicación gráfica intuitiva.