

# Cap. 9: Mercados de Crédito, Restricciones de Riqueza e Ineficiencia Asignativa

Marcelo Cafferá

Universidad de Montevideo

Junio 2015

- Un mensaje de este Capítulo: la falta de riqueza impide a pobres adquirir activos que permitirían soluciones más eficientes a problemas de agencia.

- Un mensaje de este Capítulo: la falta de riqueza impide a pobres adquirir activos que permitirían soluciones más eficientes a problemas de agencia.
- Enfoque Walrasiano: el ingreso determina la posición de la restricción presupuestaria. Pero todos los agentes enfrentan las mismas oportunidades (los mismos precios).

- Un mensaje de este Capítulo: la falta de riqueza impide a pobres adquirir activos que permitirían soluciones más eficientes a problemas de agencia.
- Enfoque Walrasiano: el ingreso determina la posición de la restricción presupuestaria. Pero todos los agentes enfrentan las mismas oportunidades (los mismos precios).
- **Un ejemplo: mercado financiero:**

- Un mensaje de este Capítulo: la falta de riqueza impide a pobres adquirir activos que permitirían soluciones más eficientes a problemas de agencia.
- Enfoque Walrasiano: el ingreso determina la posición de la restricción presupuestaria. Pero todos los agentes enfrentan las mismas oportunidades (los mismos precios).
- Un ejemplo: mercado financiero:
  - **contratos incompletos  $\Rightarrow$  pobres no tienen acceso a determinados contratos, o si lo tienen, lo tienen en términos muy desfavorables.**

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Todos los actores son neutrales al riesgo.

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Todos los actores son neutrales al riesgo.
- Un "proyecto" requiere \$1 para se llevado a cabo y fallara con probabilidad  $f$

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Todos los actores son neutrales al riesgo.
- Un "proyecto" requiere \$1 para ser llevado a cabo y fallara con probabilidad  $f$ 
  - Imagine que el "proyecto" es una maquina

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Todos los actores son neutrales al riesgo.
- Un "proyecto" requiere \$1 para ser llevado a cabo y fallara con probabilidad  $f$ 
  - Imagine que el "proyecto" es una maquina
    - produce bienes en proporción a la "velocidad" a la que opera

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Todos los actores son neutrales al riesgo.
- Un "proyecto" requiere \$1 para ser llevado a cabo y fallara con probabilidad  $f$ 
  - Imagine que el "proyecto" es una maquina
    - produce bienes en proporción a la "velocidad" a la que opera
    - Asumimos que velocidad  $v = f$

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Todos los actores son neutrales al riesgo.
- Un "proyecto" requiere \$1 para ser llevado a cabo y fallara con probabilidad  $f$ 
  - Imagine que el "proyecto" es una maquina
    - produce bienes en proporción a la "velocidad" a la que opera
    - Asumimos que velocidad  $v = f$
    - si no "falla" tiene un período de vida util (al final del cual vale cero)

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Todos los actores son neutrales al riesgo.
- Un "proyecto" requiere \$1 para ser llevado a cabo y fallara con probabilidad  $f$ 
  - Imagine que el "proyecto" es una maquina
    - produce bienes en proporción a la "velocidad" a la que opera
    - Asumimos que velocidad  $v = f$
    - si no "falla" tiene un período de vida util (al final del cual vale cero)
    - si falla, no produce nada (todos los bienes se destruyen).

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Todos los actores son neutrales al riesgo.
- Un "proyecto" requiere \$1 para ser llevado a cabo y fallara con probabilidad  $f$ 
  - Imagine que el "proyecto" es una maquina
    - produce bienes en proporción a la "velocidad" a la que opera
    - Asumimos que velocidad  $v = f$
    - si no "falla" tiene un período de vida util (al final del cual vale cero)
    - si falla, no produce nada (todos los bienes se destruyen).
- El proyecto brinda beneficios  $\mu v (= \mu f)$  si es exitoso, y cero si no lo es. ( $\mu$  es una constante que mide la calidad del proyecto).

- Los retornos esperados son:  $r = \mu f(1 - f) = \mu f - \mu f^2$

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Los retornos esperados son:  $r = \mu f(1 - f) = \mu f - \mu f^2$
- $dr/df = \mu - 2\mu f = \mu(1 - 2f) = 0$ ;

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Los retornos esperados son:  $r = \mu f(1 - f) = \mu f - \mu f^2$
- $dr/df = \mu - 2\mu f = \mu(1 - 2f) = 0$ ;
  - Los retornos esperados alcanzan un máximo en  $f = \frac{1}{2}$ ,

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Los retornos esperados son:  $r = \mu f(1 - f) = \mu f - \mu f^2$
- $dr/df = \mu - 2\mu f = \mu(1 - 2f) = 0$ ;
  - Los retornos esperados alcanzan un máximo en  $f = \frac{1}{2}$ ,
- $(dr/df) / df = -2\mu < 0$

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Los retornos esperados son:  $r = \mu f(1 - f) = \mu f - \mu f^2$
- $dr/df = \mu - 2\mu f = \mu(1 - 2f) = 0$ ;
  - Los retornos esperados alcanzan un máximo en  $f = \frac{1}{2}$ ,
- $(dr/df) / df = -2\mu < 0$ 
  - a partir del cual producir a más velocidad no paga la mayor probabilidad de fallar y tener retorno cero.

# Prestamistas y prestatarios: un modelo

- Los retornos esperados son:  $r = \mu f(1 - f) = \mu f - \mu f^2$
- $dr/df = \mu - 2\mu f = \mu(1 - 2f) = 0$ ;
  - Los retornos esperados alcanzan un máximo en  $f = \frac{1}{2}$ ,
- $(dr/df) / df = -2\mu < 0$ 
  - a partir del cual producir a más velocidad no paga la mayor probabilidad de fallar y tener retorno cero.
- El costo de oportunidad de la inversión en la máquina es  $(1 + \rho)$ ,  
 $\rho$  = tasa de interés (libre de riesgo).

# El caso Robinson Crusoe

- Unico dueño, auto-financiando el proyecto, variará  $f$  para maximizar los retornos esperados.

# El caso Robinson Crusoe

- Unico dueño, auto-financiando el proyecto, variará  $f$  para maximizar los retornos esperados.
- Hará

$$f^* = \frac{1}{2}$$

# El caso Robinson Crusoe

- Unico dueño, auto-financiando el proyecto, variará  $f$  para maximizar los retornos esperados.
- Hará

$$f^* = \frac{1}{2}$$

$$r^* = \mu \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\mu}{4}$$

# El caso Robinson Crusoe

- Unico dueño, auto-financiando el proyecto, variará  $f$  para maximizar los retornos esperados.

- Hará

$$f^* = \frac{1}{2}$$

- 

$$r^* = \mu \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\mu}{4}$$

- Para que el proyecto sea viable:  $r^* > (1 + \rho) \implies \frac{\mu}{4} > (1 + \rho) \implies$

$$\mu \geq 4(1 + \rho)$$

# El caso Robinson Crusoe

- Unico dueño, auto-financiando el proyecto, variará  $f$  para maximizar los retornos esperados.

- Hará

$$f^* = \frac{1}{2}$$

- 

$$r^* = \mu \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\mu}{4}$$

- Para que el proyecto sea viable:  $r^* > (1 + \rho) \implies \frac{\mu}{4} > (1 + \rho) \implies$

$$\mu \geq 4(1 + \rho)$$

- La calidad del proyecto tiene que ser al menos 4 veces el costo de oportunidad de la inversión.

# El caso de Contratos Completos

- El proyecto va a ser llevado a cabo por un individuo (A, el agente) sin riqueza

# El caso de Contratos Completos

- El proyecto va a ser llevado a cabo por un individuo (A, el agente) sin riqueza
- A pide prestado \$1 al principal (P) a la tasa  $(\delta - 1)$ .

# El caso de Contratos Completos

- El proyecto va a ser llevado a cabo por un individuo (A, el agente) sin riqueza
- A pide prestado \$1 al principal (P) a la tasa  $(\delta - 1)$ .
- Al final del período A paga  $\delta$  con probabilidad  $(1 - f)$  y 0 de lo contrario.

# El caso de Contratos Completos

- El proyecto va a ser llevado a cabo por un individuo (A, el agente) sin riqueza
- A pide prestado \$1 al principal (P) a la tasa  $(\delta - 1)$ .
- Al final del período A paga  $\delta$  con probabilidad  $(1 - f)$  y 0 de lo contrario.
- **Crucial  $\implies$  Responsabilidad limitada:** si proyecto falla, el prestamista no puede ir contra una propiedad del prestatario.

# El caso de Contratos Completos

- El proyecto va a ser llevado a cabo por un individuo (A, el agente) sin riqueza
- A pide prestado \$1 al principal (P) a la tasa  $(\delta - 1)$ .
- Al final del período A paga  $\delta$  con probabilidad  $(1 - f)$  y 0 de lo contrario.
- Crucial  $\implies$  **Responsabilidad limitada:** si proyecto falla, el prestamista no puede ir contra una propiedad del prestatario.
- El retorno esperado del agente por período es:

$$y(f; \delta) = (\mu f - \delta)(1 - f)$$

# El caso de Contratos Completos

- Asuma que la siguiente mejor oportunidad del agente es recibir cero. (La restricción de participación del prestatario).

# El caso de Contratos Completos

- Asuma que la siguiente mejor oportunidad del agente es recibir cero. (La restricción de participación del prestatario).
- Si  $f$  es observable y contratable, P le puede ofrecer a A un contrato tal que  $y = 0 \implies \mu f = \delta$

# El caso de Contratos Completos

- Asuma que la siguiente mejor oportunidad del agente es recibir cero. (La restricción de participación del prestatario).
- Si  $f$  es observable y contratable, P le puede ofrecer a A un contrato tal que  $y = 0 \implies \mu f = \delta$
- P fija  $\delta = \mu f$  y maximiza  $\pi$  en  $f$  para sacarle todos los beneficios a A  $\implies$

$$\max_f \pi = \delta(1 - f) = \mu f(1 - f)$$

# El caso de Contratos Completos

- Asuma que la siguiente mejor oportunidad del agente es recibir cero. (La restricción de participación del prestatario).
- Si  $f$  es observable y contratable, P le puede ofrecer a A un contrato tal que  $y = 0 \implies \mu f = \delta$
- P fija  $\delta = \mu f$  y maximiza  $\pi$  en  $f$  para sacarle todos los beneficios a A  $\implies$

$$\max_f \pi = \delta(1 - f) = \mu f(1 - f)$$

$$f^* = \frac{1}{2} \implies \delta^* = \mu/2 \implies \pi^* = \mu/4$$

# El caso de Contratos Completos

- Asuma que la siguiente mejor oportunidad del agente es recibir cero. (La restricción de participación del prestatario).
- Si  $f$  es observable y contratable, P le puede ofrecer a A un contrato tal que  $y = 0 \implies \mu f = \delta$
- P fija  $\delta = \mu f$  y maximiza  $\pi$  en  $f$  para sacarle todos los beneficios a A  $\implies$

$$\max_f \pi = \delta(1 - f) = \mu f(1 - f)$$

- $$f^* = \frac{1}{2} \implies \delta^* = \mu/2 \implies \pi^* = \mu/4$$

- El nivel de riesgo ( $f$ ) implementado es el mismo que en el caso de Robinson Crusoe  $\implies$  eficiente

- Ahora  $f$  no es contratable entonces es  $A$  el que elige  $f$  para maximizar su retorno esperado  $y(f; \delta) = (\mu f - \delta)(1 - f)$

## Riesgo no contratable, sin garantías

- Ahora  $f$  no es contratable entonces es  $A$  el que elige  $f$  para maximizar su retorno esperado  $y(f; \delta) = (\mu f - \delta)(1 - f)$
- $\frac{dy}{df} = \mu(1 - 2f) + \delta = 0$

- Ahora  $f$  no es contratable entonces es  $A$  el que elige  $f$  para maximizar su retorno esperado  $y(f; \delta) = (\mu f - \delta)(1 - f)$
- $\frac{dy}{df} = \mu(1 - 2f) + \delta = 0$
- De donde obtenemos la *fmr* de  $A$  :

$$f(\delta) = \frac{\delta + \mu}{2\mu} = \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2\mu}$$

# Riesgo no contratable, sin garantías

- Ahora  $f$  no es contratable entonces es  $A$  el que elige  $f$  para maximizar su retorno esperado  $y(f; \delta) = (\mu f - \delta)(1 - f)$
- $\frac{dy}{df} = \mu(1 - 2f) + \delta = 0$
- De donde obtenemos la *fmr* de  $A$ :

$$f(\delta) = \frac{\delta + \mu}{2\mu} = \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2\mu}$$

- Retornos esperados por  $P$ :  $\pi(\delta) = \delta(1 - f(\delta))$

# Riesgo no contratable, sin garantías

- Ahora  $f$  no es contratable entonces es  $A$  el que elige  $f$  para maximizar su retorno esperado  $y(f; \delta) = (\mu f - \delta)(1 - f)$
- $\frac{dy}{df} = \mu(1 - 2f) + \delta = 0$
- De donde obtenemos la *fmr* de  $A$ :

$$f(\delta) = \frac{\delta + \mu}{2\mu} = \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2\mu}$$

- Retornos esperados por  $P$ :  $\pi(\delta) = \delta(1 - f(\delta))$
- CPO de  $P$ :  $\frac{d\pi}{d\delta} = (1 - f(\delta)) - \delta f'(\delta) = 0$

# Riesgo no contractable, sin garantías

- Ahora  $f$  no es contractable entonces es  $A$  el que elige  $f$  para maximizar su retorno esperado  $y(f; \delta) = (\mu f - \delta)(1 - f)$
- $\frac{dy}{df} = \mu(1 - 2f) + \delta = 0$
- De donde obtenemos la *fmr* de  $A$ :

$$f(\delta) = \frac{\delta + \mu}{2\mu} = \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2\mu}$$

- Retornos esperados por  $P$ :  $\pi(\delta) = \delta(1 - f(\delta))$
- CPO de  $P$ :  $\frac{d\pi}{d\delta} = (1 - f(\delta)) - \delta f'(\delta) = 0$



$$f'(\delta) = \frac{1 - f(\delta)}{\delta}$$

- Usando la *f.m.r* de A, esta igualdad equivale a

$$\frac{1}{2\mu} = \frac{1 - \left[ \frac{\delta + \mu}{2\mu} \right]}{\delta} = \frac{2\mu - \delta - \mu}{2\mu\delta} = \frac{\mu - \delta}{2\mu\delta}$$
$$\delta + \delta = \mu$$

- Usando la *f.m.r* de A, esta igualdad equivale a

$$\frac{1}{2\mu} = \frac{1 - \left[ \frac{\delta + \mu}{2\mu} \right]}{\delta} = \frac{2\mu - \delta - \mu}{2\mu\delta} = \frac{\mu - \delta}{2\mu\delta}$$
$$\delta + \delta = \mu$$

$$\delta^* = \frac{\mu}{2}$$

# Riesgo no contratable, sin garantías

- Usando la *f.m.r* de A, esta igualdad equivale a

$$\frac{1}{2\mu} = \frac{1 - \left[ \frac{\delta + \mu}{2\mu} \right]}{\delta} = \frac{2\mu - \delta - \mu}{2\mu\delta} = \frac{\mu - \delta}{2\mu\delta}$$
$$\delta + \delta = \mu$$

- $$\delta^* = \frac{\mu}{2}$$

- $$f^* = f(\delta^*) = \frac{1}{2} + \frac{\mu/2}{2\mu} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

# Riesgo no contratable, sin garantías

- Usando la *f.m.r* de A, esta igualdad equivale a

$$\frac{1}{2\mu} = \frac{1 - \left[ \frac{\delta + \mu}{2\mu} \right]}{\delta} = \frac{2\mu - \delta - \mu}{2\mu\delta} = \frac{\mu - \delta}{2\mu\delta}$$
$$\delta + \delta = \mu$$



$$\delta^* = \frac{\mu}{2}$$



$$f^* = f(\delta^*) = \frac{1}{2} + \frac{\mu/2}{2\mu} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- A implementa un nivel de riesgo mayor que el caso de RC o contratos completos.

# Riesgo no contratable, sin garantías

- Usando la *f.m.r* de A, esta igualdad equivale a

$$\frac{1}{2\mu} = \frac{1 - \left[ \frac{\delta + \mu}{2\mu} \right]}{\delta} = \frac{2\mu - \delta - \mu}{2\mu\delta} = \frac{\mu - \delta}{2\mu\delta}$$
$$\delta + \delta = \mu$$



$$\delta^* = \frac{\mu}{2}$$



$$f^* = f(\delta^*) = \frac{1}{2} + \frac{\mu/2}{2\mu} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- A implementa un nivel de riesgo mayor que el caso de RC o contratos completos.
- **A recibe una renta:  $y(f^*, \delta^*) = (\mu \frac{3}{4} - \frac{\mu}{2})(1 - \frac{3}{4}) = \frac{1}{16}\mu$  que está por encima de su restricción de participación.**

# Riesgo no contratable, sin garantías

- Usando la *f.m.r* de A, esta igualdad equivale a

$$\frac{1}{2\mu} = \frac{1 - \left[ \frac{\delta + \mu}{2\mu} \right]}{\delta} = \frac{2\mu - \delta - \mu}{2\mu\delta} = \frac{\mu - \delta}{2\mu\delta}$$
$$\delta + \delta = \mu$$



$$\delta^* = \frac{\mu}{2}$$



$$f^* = f(\delta^*) = \frac{1}{2} + \frac{\mu/2}{2\mu} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- A implementa un nivel de riesgo mayor que el caso de RC o contratos completos.
- A recibe una renta:  $y(f^*, \delta^*) = (\mu \frac{3}{4} - \frac{\mu}{2})(1 - \frac{3}{4}) = \frac{1}{16}\mu$  que está por encima de su restricción de participación.
- P está peor:  $\pi^* = \pi(\delta^*) = \delta^*(1 - f(\delta^*)) = \frac{\mu}{2}(1 - \frac{3}{4}) = \frac{\mu}{8}$

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- P utiliza la falla del proyecto como una señal ruidosa de la acción que toma el prestatario.

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- P utiliza la falla del proyecto como una señal ruidosa de la acción que toma el prestatario.
- P ofrece un préstamo por un período y se lo renueva si el proyecto (la máquina) no falla.

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- P utiliza la falla del proyecto como una señal ruidosa de la acción que toma el prestatario.
- P ofrece un préstamo por un período y se lo renueva si el proyecto (la máquina) no falla.
- Si  $z =$  valor presente de la posición de reserva de A,  $i$  : tasa de preferencia temporal, y la interacción es estacionaria (no varía con el tiempo), entonces el valor presente  $v$  del y esperado para A es:

$$v = \frac{y(\delta, f) + (1 - f)v + fz}{1 + i}$$

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- P utiliza la falla del proyecto como una señal ruidosa de la acción que toma el prestatario.
- P ofrece un préstamo por un período y se lo renueva si el proyecto (la máquina) no falla.
- Si  $z =$  valor presente de la posición de reserva de A,  $i$  : tasa de preferencia temporal, y la interacción es estacionaria (no varía con el tiempo), entonces el valor presente  $v$  del  $y$  esperado para A es:

$$v = \frac{y(\delta, f) + (1 - f)v + fz}{1 + i}$$

$$v = \frac{y - iz}{i + f} + z$$

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- P utiliza la falla del proyecto como una señal ruidosa de la acción que toma el prestatario.
- P ofrece un préstamo por un período y se lo renueva si el proyecto (la máquina) no falla.
- Si  $z =$  valor presente de la posición de reserva de A,  $i$  : tasa de preferencia temporal, y la interacción es estacionaria (no varía con el tiempo), entonces el valor presente  $v$  del  $y$  esperado para A es:

$$v = \frac{y(\delta, f) + (1 - f)v + fz}{1 + i}$$



$$v = \frac{y - iz}{i + f} + z$$

- Es decir,  $v =$  renta + fallback, igual que en el mercado de trabajo.

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- P utiliza la falla del proyecto como una señal ruidosa de la acción que toma el prestatario.
- P ofrece un préstamo por un período y se lo renueva si el proyecto (la máquina) no falla.
- Si  $z =$  valor presente de la posición de reserva de A,  $i$  : tasa de preferencia temporal, y la interacción es estacionaria (no varía con el tiempo), entonces el valor presente  $v$  del  $y$  esperado para A es:

$$v = \frac{y(\delta, f) + (1 - f)v + fz}{1 + i}$$

•

$$v = \frac{y - iz}{i + f} + z$$

- Es decir,  $v =$  renta + fallback, igual que en el mercado de trabajo.
- Para evitar hacer cuentas complicadas, derivamos la *fmr* suponiendo  $i = 0$ , aparte de  $z = 0$ , y obtenemos una expresión de  $v$  en forma cerrada

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- Suponiendo  $i = z = 0$ ,

$$v = \frac{y - iz}{i + f} + z = \frac{y}{f} = \frac{(\mu f - \delta)(1 - f)}{f}$$

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- Suponiendo  $i = z = 0$ ,

$$v = \frac{y - iz}{i + f} + z = \frac{y}{f} = \frac{(\mu f - \delta)(1 - f)}{f}$$

- Haciendo  $v_f = \frac{-\mu f^2 + \delta}{f^2} = 0$ , obtenemos

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- Suponiendo  $i = z = 0$ ,

$$v = \frac{y - iz}{i + f} + z = \frac{y}{f} = \frac{(\mu f - \delta)(1 - f)}{f}$$

- Haciendo  $v_f = \frac{-\mu f^2 + \delta}{f^2} = 0$ , obtenemos



$$f^* = \left(\frac{\delta}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}$$

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- Suponiendo  $i = z = 0$ ,

$$v = \frac{y - iz}{i + f} + z = \frac{y}{f} = \frac{(\mu f - \delta)(1 - f)}{f}$$

- Haciendo  $v_f = \frac{-\mu f^2 + \delta}{f^2} = 0$ , obtenemos



$$f^* = \left(\frac{\delta}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}$$

- ¿Como se compara esto con el caso no repetido, cuando la interacción es por un sólo período?

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- Suponiendo  $i = z = 0$ ,

$$v = \frac{y - iz}{i + f} + z = \frac{y}{f} = \frac{(\mu f - \delta)(1 - f)}{f}$$

- Haciendo  $v_f = \frac{-\mu f^2 + \delta}{f^2} = 0$ , obtenemos



$$f^* = \left(\frac{\delta}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}$$

- ¿Como se compara esto con el caso no repetido, cuando la interacción es por un sólo período?



$$f_{\text{renovación contingente}}^* = \left(\frac{\delta}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} < \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2\mu} = f_{\text{un sólo período}}^*$$

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- Suponiendo  $i = z = 0$ ,

$$v = \frac{y - iz}{i + f} + z = \frac{y}{f} = \frac{(\mu f - \delta)(1 - f)}{f}$$

- Haciendo  $v_f = \frac{-\mu f^2 + \delta}{f^2} = 0$ , obtenemos

$$f^* = \left(\frac{\delta}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}$$

- ¿Como se compara esto con el caso no repetido, cuando la interacción es por un sólo período?

$$f_{\text{renovación contingente}}^* = \left(\frac{\delta}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} < \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2\mu} = f_{\text{un sólo período}}^*$$

- (Esta desigualdad:  $(\frac{\delta}{\mu})^2 - 2(\frac{\delta}{\mu}) + 1 > 0$ , se da justamente para todo  $\frac{\delta}{\mu}$ , por mas que sabemos que  $\delta < \mu$  porque  $f^* = (\frac{\delta}{\mu})^{\frac{1}{2}} < 1$ )

- El problema para  $P$  no cambia. Él fija  $\delta$  tal que:

$$f'(\delta) = \frac{1 - f(\delta)}{\delta}$$

# Horizonte infinito con Renovación Contingente

- El problema para  $P$  no cambia. Él fija  $\delta$  tal que:

$$f'(\delta) = \frac{1 - f(\delta)}{\delta}$$



$$\delta^* = \frac{4\mu}{9}$$

$$f^* = \frac{2}{3}$$

- El problema para  $P$  no cambia. Él fija  $\delta$  tal que:

$$f'(\delta) = \frac{1 - f(\delta)}{\delta}$$



$$\delta^* = \frac{4\mu}{9}$$

$$f^* = \frac{2}{3}$$

- Como se ve en la siguiente tabla, esto es una mejora de Pareto respecto a la situación de riesgo no contractable en un solo período ( $\frac{2\mu}{27} > \frac{\mu}{16}$  y  $\frac{4\mu}{27} > \frac{\mu}{8}$ )

# Resultados del mercado de crédito para el caso en que el prestatario no tiene riqueza

Case	Agent's response $f^*(\delta; \mu)$	Risck $f^*$	Interest factor $\delta^*$	Expected payoffs per period ( $y : \pi$ )
1. Robinson Crusoe	na	$\frac{1}{2}$	na	$\frac{\mu}{4}$ (to Crusoe)
2. Contractible risk	$f = \frac{\delta}{\mu} (PC)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\mu}{4}$	$0; \frac{\mu}{4}$
3. Non-contractible risk: single period	$f = 1/2 + \frac{\delta}{2\mu}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{\mu}{2}$	$\frac{\mu}{16}; \frac{\mu}{8}$
4. Non-contractible risk: multi-period	$f = \left(\frac{\delta}{\mu}\right)^2$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4\mu}{9}$	$\frac{2\mu}{27}; \frac{4\mu}{27}$

# Restricciones de Riqueza y Exclusión del Mercado de Crédito

- Nos referimos a **riqueza** como aquellos activos que pueden ser usados como garantía. (Cap. humano no es uno de ellos)

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- A tiene riqueza  $k$  actualmente invertida en un activo libre de riesgo con retorno  $\rho k$ . Si invirtiera en el proyecto riesgoso, pediría  $(1 - k)$  y sus retornos esperados netos serían:

$$y(f; \delta) = [\mu f - \delta(1 - k)](1 - f) - (1 + \rho)k$$

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- A tiene riqueza  $k$  actualmente invertida en un activo libre de riesgo con retorno  $\rho k$ . Si invirtiera en el proyecto riesgoso, pediría  $(1 - k)$  y sus retornos esperados netos serían:

$$y(f; \delta) = [\mu f - \delta(1 - k)](1 - f) - (1 + \rho)k$$

- A eligirá  $f$  para maximizar  $y$ , con la CPO:

$$f(\delta, k) = \frac{1}{2} + \frac{\delta(1 - k)}{2\mu}$$

Igual al caso anterior, excepto por  $(1 - k)$ : a mayor porcentaje del activo que es financiado por el prestatario,  $(k)$ , menor el nivel de riesgo elegido.

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- A tiene riqueza  $k$  actualmente invertida en un activo libre de riesgo con retorno  $\rho k$ . Si invirtiera en el proyecto riesgoso, pediría  $(1 - k)$  y sus retornos esperados netos serían:

$$y(f; \delta) = [\mu f - \delta(1 - k)](1 - f) - (1 + \rho)k$$

- A eligirá  $f$  para maximizar  $y$ , con la CPO:

$$f(\delta, k) = \frac{1}{2} + \frac{\delta(1 - k)}{2\mu}$$

Igual al caso anterior, excepto por  $(1 - k)$ : a mayor porcentaje del activo que es financiado por el prestatario,  $(k)$ , menor el nivel de riesgo elegido.

- **Notar que  $k \implies 1 \implies f \implies \frac{1}{2}$ . (Caso Rob. Crusoe)**

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- A tiene riqueza  $k$  actualmente invertida en un activo libre de riesgo con retorno  $\rho k$ . Si invirtiera en el proyecto riesgoso, pediría  $(1 - k)$  y sus retornos esperados netos serían:

$$y(f; \delta) = [\mu f - \delta(1 - k)](1 - f) - (1 + \rho)k$$

- A eligirá  $f$  para maximizar  $y$ , con la CPO:

$$f(\delta, k) = \frac{1}{2} + \frac{\delta(1 - k)}{2\mu}$$

Igual al caso anterior, excepto por  $(1 - k)$ : a mayor porcentaje del activo que es financiado por el prestatario,  $(k)$ , menor el nivel de riesgo elegido.

- Notar que  $k \implies 1 \implies f \implies \frac{1}{2}$ . (Caso Rob. Crusoe)
- **Asumiendo que el prestamista conoce  $k$  y la f.m.r de  $A$ , va a maximizar sus beneficios esperados  $\pi(\delta) = \delta(1 - f(\delta, k)) - (1 + \rho)k$**

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- El prestamista fijará

$$\delta^* = \frac{\mu}{2(1-k)}$$

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- El prestamista fijará

$$\delta^* = \frac{\mu}{2(1-k)}$$

- Y el prestatario responderá con

$$f^* = \frac{1}{2} + \frac{\frac{\mu}{2(1-k)}(1-k)}{2\mu} = \frac{3}{4}$$

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- El prestamista fijará

$$\delta^* = \frac{\mu}{2(1-k)}$$

- Y el prestatario responderá con

$$f^* = \frac{1}{2} + \frac{\frac{\mu}{2(1-k)}(1-k)}{2\mu} = \frac{3}{4}$$

- Para pasar al equilibrio de mercado en el largo plazo, agregamos la condición de cero beneficios:

$$\pi = \delta(1-f) = (1+\rho)$$

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- El prestamista fijará

$$\delta^* = \frac{\mu}{2(1-k)}$$

- Y el prestatario responderá con

$$f^* = \frac{1}{2} + \frac{\frac{\mu}{2(1-k)}(1-k)}{2\mu} = \frac{3}{4}$$

- Para pasar al equilibrio de mercado en el largo plazo, agregamos la condición de cero beneficios:

$$\pi = \delta(1-f) = (1+\rho)$$

- De donde podemos construir la curva de iso- beneficios esperados  $\pi = 1 + \rho$ , las combinaciones de  $f$  y  $\delta$  que hacen  $\pi = 1 + \rho \Rightarrow f = 1 - \frac{1+\rho}{\delta}$

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- El prestamista fijará

$$\delta^* = \frac{\mu}{2(1-k)}$$

- Y el prestatario responderá con

$$f^* = \frac{1}{2} + \frac{\frac{\mu}{2(1-k)}(1-k)}{2\mu} = \frac{3}{4}$$

- Para pasar al equilibrio de mercado en el largo plazo, agregamos la condición de cero beneficios:

$$\pi = \delta(1-f) = (1+\rho)$$

- De donde podemos construir la curva de iso- beneficios esperados

$\pi = 1 + \rho$ , las combinaciones de  $f$  y  $\delta$  que hacen

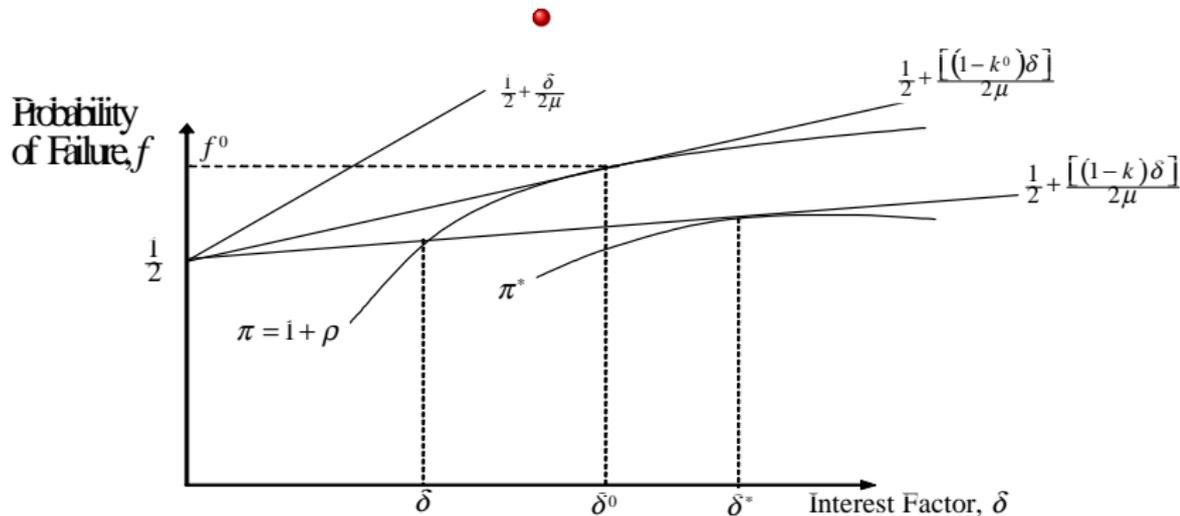
$$\pi = 1 + \rho \Rightarrow f = 1 - \frac{1+\rho}{\delta}$$

- Supongamos que existe un prestatario cuya *f.m.r*

$f(\delta, k) = \frac{1}{2} + \frac{\delta(1-k)}{2\mu}$  es tangente a la curva de iso beneficio esperado

$\pi = 1 + \rho$ , la cual da beneficio cero. Este punto lo llamamos  $(k^0, \delta^0)$ .

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

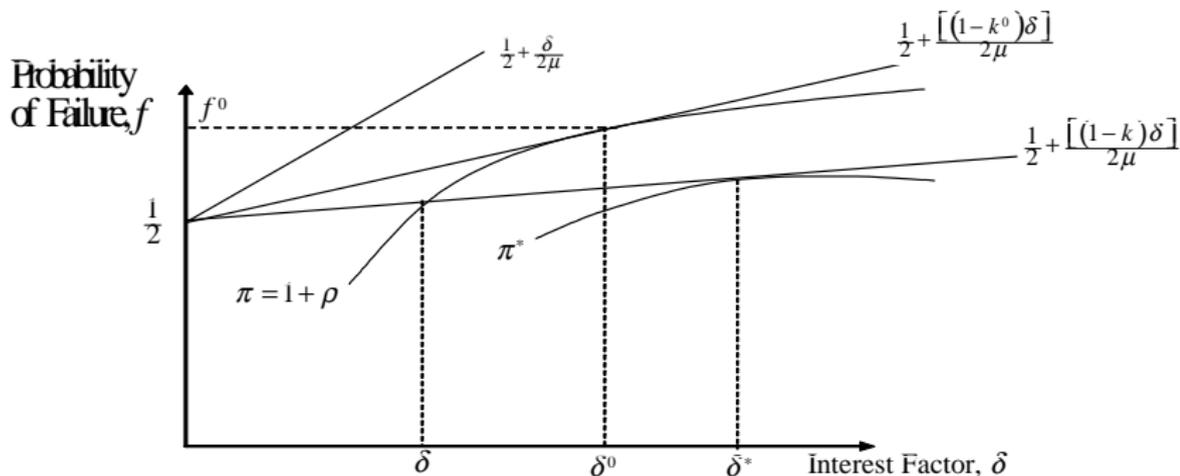


# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- Niveles de riqueza  $k < k^0$  hacen que la *f.m.r* se mueva para arriba.

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- Niveles de riqueza  $k < k^0$  hacen que la *f.m.r* se mueva para arriba.
- Con  $k < k^0$ ,  $\pi < 1 + \rho$ . Aquellos individuos con  $k < k^0$  están excluidos del mercado de crédito.



- ¿Que pasa con los prestatarios con  $k > k^0$  ? Son los que tienen un *f.m.r* mas abajo, como la que se dibuja.

- ¿Que pasa con los prestatarios con  $k > k^0$  ? Son los que tienen un  $f.m.r$  mas abajo, como la que se dibuja.
- Analicemos primero el caso no competitivo, bilateral entre un prestamista de barrio o una casa de empeño o un banco en un pueblo chico y un prestatario.

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- ¿Que pasa con los prestatarios con  $k > k^0$  ? Son los que tienen un  $f.m.r$  mas abajo, como la que se dibuja.
- Analicemos primero el caso no competitivo, bilateral entre un prestamista de barrio o una casa de empeño o un banco en un pueblo chico y un prestatario.
- Si el prestamista mueve  $1^\circ$ , maximizará  $\pi$  sujeto a  $f(\delta)$ ; fijará  $\delta^*$ .

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- ¿Que pasa con los prestatarios con  $k > k^0$  ? Son los que tienen un  $f.m.r$  mas abajo, como la que se dibuja.
- Analicemos primero el caso no competitivo, bilateral entre un prestamista de barrio o una casa de empeño o un banco en un pueblo chico y un prestatario.
- Si el prestamista mueve  $1^o$ , maximizará  $\pi$  sujeto a  $f(\delta)$ ; fijará  $\delta^*$ .
- Si el prestatario mueve  $1^o$  (difícil), fijará el  $\delta$  tal que  $\pi = 1 + \rho$ ;  $\delta^-$ .

# Riesgo no contratable con riqueza del prestatario

- ¿Que pasa con los prestatarios con  $k > k^0$  ? Son los que tienen un  $f.m.r$  mas abajo, como la que se dibuja.
- Analicemos primero el caso no competitivo, bilateral entre un prestamista de barrio o una casa de empeño o un banco en un pueblo chico y un prestatario.
- Si el prestamista mueve  $1^o$ , maximizará  $\pi$  sujeto a  $f(\delta)$ ; fijará  $\delta^*$ .
- Si el prestatario mueve  $1^o$  (difícil), fijará el  $\delta$  tal que  $\pi = 1 + \rho$ ;  $\delta^-$ .
- **Cualquier resultado  $\delta \in [\delta^-, \delta^*]$  es posible. Dependerá de las instituciones que gobiernan el intercambio.**

# Los prestamistas mas ricos pagan menos intereses en equilibrio competitivo:

- Ahora analizamos el caso del equilibrio competitivo.

# Los prestamistas mas ricos pagan menos intereses en equilibrio competitivo:

- Ahora analizamos el caso del equilibrio competitivo.
- $\pi = 1 + \rho$ , hace que  $\delta = \delta^o$ , para un prestatario con  $k = k^o$ .

# Los prestamistas mas ricos pagan menos intereses en equilibrio competitivo:

- Ahora analizamos el caso del equilibrio competitivo.
- $\pi = 1 + \rho$ , hace que  $\delta = \delta^o$ , para un prestatario con  $k = k^o$ .
- Como  $k$  mueve hacia abajo la *f.m.r* del prestatario, es facil ver que  $\delta$ , la tasa de interéres del equilibrio competitivo, es decreciente en  $k$ .

# Los prestamistas mas ricos pagan menos intereses en equilibrio competitivo:

- Ahora analizamos el caso del equilibrio competitivo.
- $\pi = 1 + \rho$ , hace que  $\delta = \delta^o$ , para un prestatario con  $k = k^o$ .
- Como  $k$  mueve hacia abajo la *f.m.r* del prestatario, es facil ver que  $\delta$ , la tasa de interéres del equilibrio competitivo, es decreciente en  $k$ .
- Los prestamistas mas ricos pagan menos intereses en equilibrio competitivo

# Los prestamistas mas ricos pueden financiar proyectos más grandes a la misma tasa

- Sea  $K \geq 1$  el tamaño del proyecto  $\implies k/K =$  porcentaje de autofinanciamiento.

# Los prestamistas mas ricos pueden financiar proyectos más grandes a la misma tasa

- Sea  $K \geq 1$  el tamaño del proyecto  $\implies k/K =$  porcentaje de autofinanciamiento.
- Considere dos prestatarios; uno con  $k^o$  que puede financiar un proyecto de 1 al factor de interés de  $\delta^o$  y otro con  $k > k^o$ .

# Los prestamistas mas ricos pueden financiar proyectos más grandes a la misma tasa

- Sea  $K \geq 1$  el tamaño del proyecto  $\implies k/K =$  porcentaje de autofinanciamiento.
- Considere dos prestatarios; uno con  $k^o$  que puede financiar un proyecto de 1 al factor de interés de  $\delta^o$  y otro con  $k > k^o$ .
- El prestatario más rico podrá financiar un proyecto de tamaño  $K > 1$  a la misma  $\delta = \delta^o$ . Porque si  $\frac{k^o}{1} = \frac{k}{K}$ , las f.m.r serán iguales.

# Los prestamistas mas ricos pueden financiar proyectos más grandes a la misma tasa

- Sea  $K \geq 1$  el tamaño del proyecto  $\implies k/K =$  porcentaje de autofinanciamiento.
- Considere dos prestatarios; uno con  $k^o$  que puede financiar un proyecto de 1 al factor de interés de  $\delta^o$  y otro con  $k > k^o$ .
- El prestatario más rico podrá financiar un proyecto de tamaño  $K > 1$  a la misma  $\delta = \delta^o$ . Porque si  $\frac{k^o}{1} = \frac{k}{K}$ , las *f.m.r* serán iguales.
- El más rico accede a mas crédito a la misma tasa. Tendrá un *y mayor*. Los pobres sufren *restricciones de crédito*: pueden endeudarse pero a menores cantidades

# Los más ricos pueden financiar proyectos de menor calidad

- Suponiendo que no todos los proyectos tienen el mismo  $\mu$ , asumimos que existe un  $A$  que es incapaz de proveer riqueza para invertir en el proyecto ( $k = 0$ ) y que tiene un proyecto cuya  $\mu = \mu^o$  y que un prestatario más rico tiene un  $k > 0$  con un  $\mu^k < \mu^o$ .

# Los más ricos pueden financiar proyectos de menor calidad

- Suponiendo que no todos los proyectos tienen el mismo  $\mu$ , asumimos que existe un  $A$  que es incapaz de proveer riqueza para invertir en el proyecto ( $k = 0$ ) y que tiene un proyecto cuya  $\mu = \mu^o$  y que un prestatario mas rico tiene un  $k > 0$  con un  $\mu^k < \mu^o$ .
- Para poder comparar, asumimos que en equilibrio competitivo ambos pueden endeudarse al  $\delta = \delta^o$  (en la grafica anterior, la  $f.m.r$  de cada uno es tangente a la curva de iso-beneficios esperados).

# Los más ricos pueden financiar proyectos de menor calidad

- Suponiendo que no todos los proyectos tienen el mismo  $\mu$ , asumimos que existe un  $A$  que es incapaz de proveer riqueza para invertir en el proyecto ( $k = 0$ ) y que tiene un proyecto cuya  $\mu = \mu^o$  y que un prestatario mas rico tiene un  $k > 0$  con un  $\mu^k < \mu^o$ .
- Para poder comparar, asumimos que en equilibrio competitivo ambos pueden endeudarse al  $\delta = \delta^o$  (en la grafica anterior, la *f.m.r* de cada uno es tangente a la curva de iso-beneficios esperados).
- Usando la *f.m.r* de los 2 prestatarios, podemos imponer la siguiente condición.

$$\pi^k = \delta \left( \frac{1}{2} - \frac{\delta(1-k)}{2\mu^k} \right) = 1 + \rho = \delta \left( \frac{1}{2} - \frac{\delta}{2\mu^o} \right) = \pi^o$$

# Los más ricos pueden financiar proyectos de menor calidad

- Y comparamos la calidad relativa de los proyectos.

$$\frac{1 - k}{2\mu^k} = \frac{1}{2\mu^o}$$

$$\frac{\mu^k}{\mu^o} = 1 - k$$

# Los más ricos pueden financiar proyectos de menor calidad

- Y comparamos la calidad relativa de los proyectos.

$$\frac{1 - k}{2\mu^k} = \frac{1}{2\mu^o}$$

$$\frac{\mu^k}{\mu^o} = 1 - k$$

- Para obtener financiamiento, el agente sin riqueza debe tener un proyecto mas productivo que el del rico en una proporción igual a la prop. del proyecto que financia el rico.

# Los más ricos pueden financiar proyectos de menor calidad

- Y comparamos la calidad relativa de los proyectos.

$$\frac{1 - k}{2\mu^k} = \frac{1}{2\mu^o}$$

$$\frac{\mu^k}{\mu^o} = 1 - k$$

- Para obtener financiamiento, el agente sin riqueza debe tener un proyecto mas productivo que el del rico en una proporción igual a la prop. del proyecto que financia el rico.
- En terminos más generales, si el pobre tiene un  $k^o < k$

$$\frac{\mu^k}{\mu^o} = \frac{(1 - k)}{(1 - k^o)}$$

# Los más ricos pueden financiar proyectos de menor calidad

- *Esto no puede ser eficiente* porque habrá algunos agentes pobres con proyectos buenos que no obtendrán financiamiento y por ende sus proyectos no se llevarán a cabo, mientras que habrá proyectos peores que se llevarán a cabo porque sus emprendedores son ricos.

# ¿Podría una redistribución seguida de una compensación a los ricos ser una mejora de Pareto?

- Supongamos que en el modelo de riesgo no contractable de un periodo de la Tabla 9.1  $\mu = 8(1 + \rho) \implies \pi = \mu/8 = (1 + \rho)$  : tasa de retorno libre de riesgo  $y = \mu/16 = \frac{(1+\rho)}{2}$ .

# ¿Podría una redistribución seguida de una compensación a los ricos ser una mejora de Pareto?

- Supongamos que en el modelo de riesgo no contractable de un periodo de la Tabla 9.1  $\mu = 8(1 + \rho) \implies \pi = \mu/8 = (1 + \rho)$  : tasa de retorno libre de riesgo  $y = \mu/16 = \frac{(1+\rho)}{2}$ .
- **Imagine que el gobierno**

# ¿Podría una redistribución seguida de una compensación a los ricos ser una mejora de Pareto?

- Supongamos que en el modelo de riesgo no contractable de un periodo de la Tabla 9.1  $\mu = 8(1 + \rho) \implies \pi = \mu/8 = (1 + \rho)$  : tasa de retorno libre de riesgo  $y = \mu/16 = \frac{(1+\rho)}{2}$ .
- Imagine que el gobierno
  - ① le pone un impuesto al prestamista de \$1 y se lo da al pobre, quien se compra la maquina y la opera como Rob. Crusoe

# ¿Podría una redistribución seguida de una compensación a los ricos ser una mejora de Pareto?

- Supongamos que en el modelo de riesgo no contractable de un periodo de la Tabla 9.1  $\mu = 8(1 + \rho) \implies \pi = \mu/8 = (1 + \rho)$  : tasa de retorno libre de riesgo  $y = \mu/16 = \frac{(1+\rho)}{2}$ .
- Imagine que el gobierno
  - 1 le pone un impuesto al prestamista de \$1 y se lo da al pobre, quien se compra la maquina y la opera como Rob. Crusoe
  - 2 **Le impone un impuesto de  $(1 + \rho)$  al final del período al beneficiario de la re-distribución.**

# ¿Podría una redistribución seguida de una compensación a los ricos ser una mejora de Pareto?

- Supongamos que en el modelo de riesgo no contractable de un periodo de la Tabla 9.1  $\mu = 8(1 + \rho) \implies \pi = \mu/8 = (1 + \rho)$  : tasa de retorno libre de riesgo  $y = \mu/16 = \frac{(1+\rho)}{2}$ .
- Imagine que el gobierno
  - 1 le pone un impuesto al prestamista de \$1 y se lo da al pobre, quien se compra la maquina y la opera como Rob. Crusoe
  - 2 Le impone un impuesto de  $(1 + \rho)$  al final del período al beneficiario de la re-distribución.
- Si el proyecto falla, puede ser obligado a pagar el impuesto de sus ganancias de su capital humano

# ¿Podría una redistribución seguida de una compensación a los ricos ser una mejora de Pareto?

- El beneficio esperado del beneficiario antes de pagar el impuesto es igual que el de Rob. Crusoe:  $\mu/4 = \frac{8(1+\rho)}{4} = 2(1+\rho)$ .

# ¿Podría una redistribución seguida de una compensación a los ricos ser una mejora de Pareto?

- El beneficio esperado del beneficiario antes de pagar el impuesto es igual que el de Rob. Crusoe:  $\mu/4 = \frac{8(1+\rho)}{4} = 2(1+\rho)$ .
- Por lo tanto el beneficiario puede compensar al prestamista y quedarse con  $(1+\rho) > \frac{(1+\rho)}{2}$  que es lo que obtiene cuando le pide plata prestada.

## ¿Podría una redistribución seguida de una compensación a los ricos ser una mejora de Pareto?

- El beneficio esperado del beneficiario antes de pagar el impuesto es igual que el de Rob. Crusoe:  $\mu/4 = \frac{8(1+\rho)}{4} = 2(1+\rho)$ .
- Por lo tanto el beneficiario puede compensar al prestamista y quedarse con  $(1+\rho) > \frac{(1+\rho)}{2}$  que es lo que obtiene cuando le pide plata prestada.
- No hay nada especial en estos números. Todo lo que se requiere es que el excedente total en el modelo de riesgo no contractable de un período ( $\frac{\mu}{16} + \frac{\mu}{8} = \frac{3}{16}\mu$ ) sea menos al de Rob. Crusoe ( $\frac{\mu}{4}$ ).

# ¿Podría una redistribución seguida de una compensación a los ricos ser una mejora de Pareto?

- La clave para esta redistribución sea Pareto-superior es que el gobierno le da la plata al pobre, y le cobra un impuesto *independientemente del resultado del proyecto.*

# ¿Podría una redistribución seguida de una compensación a los ricos ser una mejora de Pareto?

- La clave para esta redistribución sea Pareto-superior es que el gobierno le da la plata al pobre, y le cobra un impuesto *independientemente del resultado del proyecto*.
- Lo hace demandante residual de su esfuerzo (riesgo)

# ¿Podría una redistribución seguida de una compensación a los ricos ser una mejora de Pareto?

- La clave para esta redistribución sea Pareto-superior es que el gobierno le da la plata al pobre, y le cobra un impuesto *independientemente del resultado del proyecto*.
- Lo hace demandante residual de su esfuerzo (riesgo)
- Cosa que no era cuando recibía el préstamo