EJERCICIO 16.6

(a) En el óptimo de Pareto la RMS de Jones debe ser igual a la RMS de Smith, que debe ser igual a la RTP, la pendiente de la FPP. Los consumidores igualan cociente de precios a la RMS y los productores igualan RTP a cociente de precios al maximizar beneficios.

$$\boldsymbol{RTP = -\frac{dY}{dX}}$$

La FPP la obtengo haciendo:

$$\boldsymbol{X = 2L_X}$$

$$L_X = \frac{X}{2}$$

$$Y = 3L_Y = 3(L - L_X) = 3\left(L - \frac{X}{2}\right)$$

Por lo tanto,

$$RTP = \frac{3}{2}$$

Y, por ende

$$\frac{P_X}{P_Y} = \frac{3}{2}$$

(b) Si el salario es igual a 1, el ingreso de cada persona es 10. Dada la función de utilidad de Smith, sabemos que gastará 3 en X y 7 en Y. De la misma manera, sabemos que Jones gastará 5 en X y 5 en Y. Por lo tanto, las cantidades demandadas de ambos bienes serán

$$X = \frac{8}{P_X}, Y = \frac{12}{P_Y}$$

A su vez, sabemos que

$$\frac{X}{2} + \frac{Y}{3} = 20,$$

Sustituyendo las cantidades demandadas en la segunda ecuación tenemos

$$\frac{8}{2P_X} + \frac{12}{3P_Y} = \frac{8}{2P_X} + \frac{12}{3P_Y} = 20$$

Utilizando el cociente de precios de equilibrio

$$\frac{8}{2P_X} + \frac{12}{2P_X} = 20$$

$$P_X = 0{,}5$$

$$P_Y = \frac{2P_X}{3} = \frac{1}{3}$$

Por lo tanto, Smith demanda

$$X = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$$
$$Y = \frac{7}{1/3} = 21$$

Y Jones demanda

$$X = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$$
$$Y = \frac{5}{1/3} = 15$$

(c) Sabemos que $X = 2L_X = 16$, por lo que $\boldsymbol{L_X} = 8$. Y sabemos que $Y = 3L_Y = 36$, por lo que $L_Y = 12$. En total, tenemos 20 horas de trabajo, la dotación inicial.

EJERCICIO 17.1

Usa una frontera de posibilidad de producción circular (cuarto de círculo) y una función de utilidad Cobb-Douglas para derivar una asignación eficiente. El problema luego procede a ilustrar las ganancias del comercio. Provee una buena ilustración de esas ganancias.

Supongamos que Robinson Crusoe produce y consume pescado (F) y cocos (C). Supongamos que durante un determinado período ha decidido trabajar 200 horas y le es indiferente emplear su tiempo pescando o recogiendo cocos. La producción de pescado de Robinson Crusoe está determinada por

$$\boldsymbol{F = \sqrt{l_F}}$$

y la de cocos por

$$\boldsymbol{C = \sqrt{l_C}}$$

donde $\boldsymbol{l_F}$ y $\boldsymbol{l_C}$ son la cantidad de horas que dedica a pescar y a recoger cocos, respectivamente. Por consiguiente,

$$\boldsymbol{l_F + l_C = 200}$$

La utilidad que obtiene Robinson de los pescados y los cocos está determinada por

$$\text{utilidad} = \boldsymbol{\sqrt{F \times C}}$$

a. Si Robinson no puede comerciar con el resto del mundo y es eficiente, ¿Cuáles serán los niveles óptimos de F y C? ¿cómo decidirá asignar su trabajo? ¿Cuál será su utilidad? ¿Cuál será la relación de transformación del producto (de pescados por cocos)?

$$FPP = F^2 + C^2 = 200$$

ó

$$C^2 = 200 - F^2$$

$$C = \sqrt{200 - F^2}$$

Por consiguiente,

$$\frac{dC}{dF} = \frac{1}{2}(200 - F^2)^{-1/2} \times (-2F) = -\frac{F}{(200 - F^2)^{1/2}}$$

$$RTP = -\frac{dC}{dF} = \frac{F}{C}$$

A su vez,

$$RMS = \frac{\partial U/\partial F}{\partial U/\partial C} = \frac{0,5 \times U/F}{0,5 \times U/C} = \frac{C}{F}$$

Para que exista eficiencia, necesitamos que *RMS* = *RTP*, o sea *F/C* = *C/F* => *F* = *C*.

$$FPP: \; 2C^2 = 200, \; C = 10 = F = U$$

$$RPT = 1.$$

y

$$l_F = l_C = 100$$

b. Supongamos ahora que se abre el comercio y que Robinson puede comerciar sus pescados y cocos a una relación de precios P_F / P_C = 2/1. Si Robinson sigue produciendo las cantidades de F y C del inciso anterior, ¿cuánto decidirá consumir dada la oportunidad de comerciar si maximiza su utilidad? ¿Cuál será su nuevo nivel de utilidad?

Dado un cociente de precios P_F / P_C = 2/1, Robinson decidirá consumir las cantidades de F y C tal que 2 = *MRS* = *C/F* => *C* = 2*F*. Si continúa produciendo lo mismo, su restricción presupuestaria viene dada por 2*F* + 1*C* = 2*10 + 1*10 = 30, el valor de su producción. Sustituyendo *C* = *2F* en esta restricción presupuestaria, 4*F* = 30 => *F* = 30/4 = 7,5, *C* = 15. Su nuevo nivel de utilidad es:

$$U = \sqrt{15 \cdot 30/4} = \sqrt{112.5}\,;$$

el cual es una mejora respecto a punto (a). Esta mejora se debe únicamente a un “efecto demanda”.

c. ¿Cómo cambiaría su respuesta al inciso anterior si Robinson ajustara su producción para aprovechar los precios mundiales?

Si ajustara su producción Robinson tendría que fijar su RTP = 2/1, su nueva RMS. Fijar RTP = 2 implica producir tal que *F* = 2*C*. Sustituyendo en la FPP esto implica 5C^2 = 200, $C = \sqrt{40}$, $F = \sqrt{160}$. Si produce estas cantidades, su presupuesto (el valor de su producción) es ahora, $2\sqrt{160} + 1\sqrt{40} = 5\sqrt{40} = 10\sqrt{10}$. O sea, que su gasto tiene que ser tal que 2*F* + 1*C* = $10\sqrt{10}$. Sustituyendo nuevamente en esta restricción presupuestaria la relación de consumo C = 2F, obtenemos 4F = $10\sqrt{10}$, =>

$$C = 5\sqrt{10}\ , \quad F = \frac{5\sqrt{10}}{2} \quad U = \sqrt{125}\ :$$

Como se puede observar, si Robinson ajusta su producción puede mejorar aún más su bienestar (“el efecto de especialización en la producción).

d. Elabore una gráfica con los resultados de los incisos a, b y c.