**Universidad de Montevideo**
**Solución Parcial de Microeconomía II**
**2009**
**Marcelo Caffera**

**Ejercicio 1**
(a)

$$RMS_F = \frac{\partial U_F/\partial U_X}{\partial U_F/\partial U_{Y_F}} = \frac{1}{(Y_F)^{-1/2}} = (Y_F)^{1/2}$$

$$RMS_N = \frac{\partial U_N/\partial U_X}{\partial U_N/\partial U_{Y_F}} = \frac{1}{2\,(Y_N)^{-1/2}} = \frac{(Y_N)^{1/2}}{2}$$

Curva de contrato:

$$RMS_F = RMS_N$$

$$(Y_F)^{1/2} = \frac{(Y_N)^{1/2}}{2}$$

$$Y_F = \frac{Y_N}{4}$$

$$4Y_F = Y_N$$

Los valores de $Y_F$ e $Y_N$ que son eficientes en el sentido de Pareto son todos los que están en la curva de contrato y no suman más que la dotación inicial total. Es decir, los que cumplen con

$$\text{(i) } 4Y_F = Y_N$$

y

$$\text{(ii) } Y_F + Y_N = 16$$

Sustituyendo (i) en (ii),

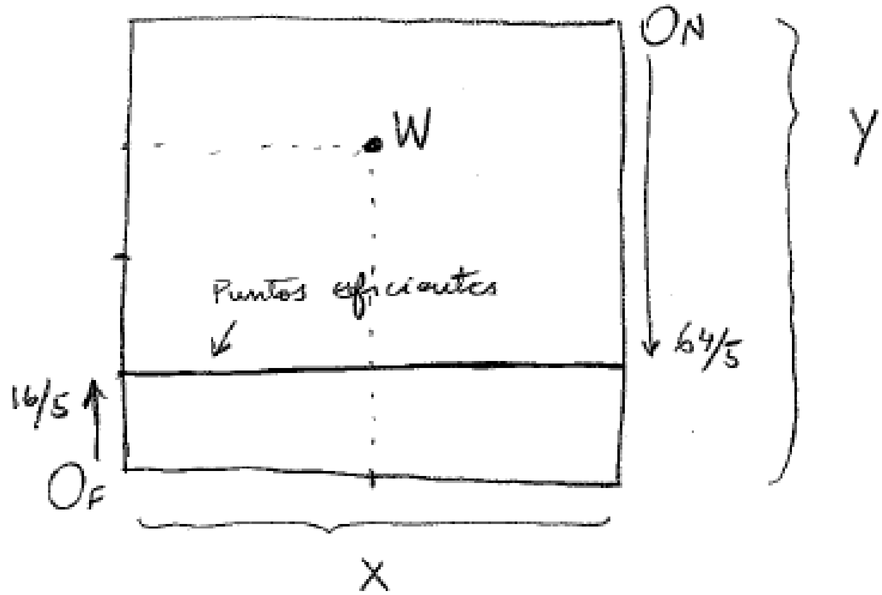
$$5Y_F = 16$$

$$\mathbf{Y_F^{OP} = 16/5}$$

$$Y_N^{OP} = 16 - 16/5$$

$$\mathbf{Y_N^{OP} = 64/5}$$

(b) Caja de Edgeworth:




(c) **Equilibrio competitivo**:

Foster:

$$RMS_F = (Y_F)^{1/2} = p_x/p_y$$

Restricción presupuestaria: $p_x X_F + p_y Y_F = p_x 8 + p_y 12$

Normalizo $p_y = 1$,

$$RMS_F = (Y_F)^{1/2} = p_x$$

Restricción presupuestaria: $p_x X_F + Y_F = p_x 8 + 12$

Sustituyendo,

$$p_x X_F + p_x^2 = p_x 8 + 12$$

$$X_F = \frac{-p_x^2 + p_x 8 + 12}{p_x}$$

Nightsoil:

$$RMS_N = \frac{(Y_N)^{1/2}}{2} = p_x/p_y = p_x$$

Restricción presupuestaria: $p_x X_N + Y_N = p_x 8 + 4$

Sustituyendo:

$$p_x X_N + 4p_x^2 = p_x 8 + 4$$

$$X_N = \frac{-4p_x^2 + p_x 8 + 4}{p_x}$$

Y oferta igual demanda:

$$X_N + X_F = 16$$

$$\frac{-p_x^2 + p_x 8 + 12}{p_x} + \frac{-4p_x^2 + p_x 8 + 4}{p_x} = 16$$
$$-p_x^2 + p_x 8 + 12 - 4p_x^2 + p_x 8 + 4 = 16p_x$$
$$-5p_x^2 + 16p_x + 16 = 16p_x$$
$$16 = 5p_x^2$$
$$\frac{16}{5} = p_x^2$$
$$\boxed{p_x^c = \tfrac{4}{\sqrt{5}}}$$

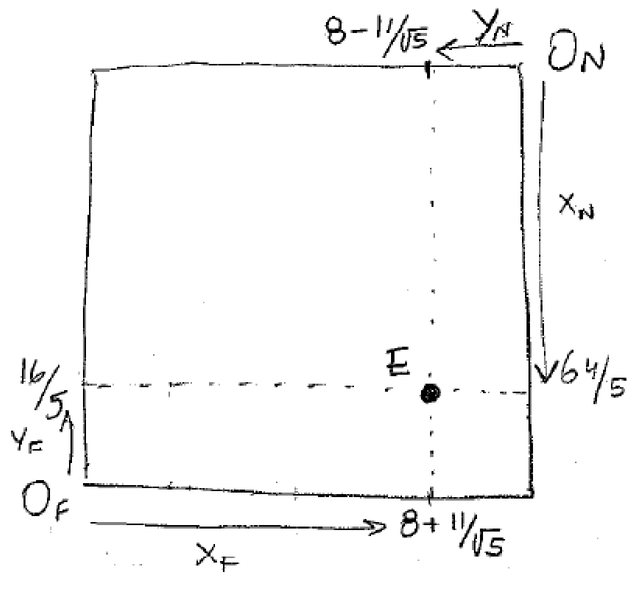
$$X_N^C = \frac{-4\left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2 + \frac{4}{\sqrt{5}}8 + 4}{\frac{4}{\sqrt{5}}}$$
$$\boxed{X_N^C = 3.0807}$$
$$X_F^C = \frac{-\left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2 + \frac{4}{\sqrt{5}}8 + 12}{\frac{4}{\sqrt{5}}}$$
$$\boxed{X_F^C = 12.919}$$

$$\sqrt{Y_F} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$Y_F^C = \left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2$$
$$\boxed{Y_F^C = 3.2}$$

$$\frac{\left(Y_N^C\right)^{1/2}}{2} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$Y_N^C = \left(\frac{8}{\sqrt{5}}\right)^2$$
$$\boxed{Y_N^C = 12.8}$$




**Ejercicio 2**

**a.** Solución Descentralizada:

En la solución descentralizada cada una de las vecinas $i$ resuelve el siguiente problema:

$$\max_{X,Y_i} X^{3/4}Y_i^{1/4}$$
$$\text{sujeto a } 1000 = X + 10Y_i$$

La ecuación de Lagrange de este problema es

$$L = X^{3/4}Y_i^{1/4} + \lambda_i\left(1000 - X - 10Y_i\right)$$

Las condiciones necesarias para un máximo interior serán

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial X} &= \frac{3}{4}X^{-1/4}Y_i^{1/4} - \lambda_i = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial Y_i} &= \frac{1}{4}X^{3/4}Y_i^{-3/4} - 10\lambda_i = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} &= 1000 - X - 10Y_i = 0
\end{aligned}$$

De la primera y segunda condición obtengo

$$\frac{1}{4}X^{3/4}Y_i^{-3/4} = 10\frac{3}{4}X^{-1/4}Y_i^{1/4}$$
$$X = 30Y_i$$

Sustituyendo esta igualdad en la restricción

$$1000 - 30Y_i^{SD} - 10Y_i^{SD} = 0$$

$$Y_i^{SD} = \frac{1000}{40}$$

$$\boxed{Y_i^{SD} = 25}$$

Por lo que

$$X^{SD} = 30Y_i^{SD} = 30 * 25$$

$$\boxed{X^{SD} = 750}$$

$$U_i^{SD} = (750)^{3/4} * (25)^{1/4}$$

$$\boxed{U_i^{SD} = 320.47}$$

**b.** (1) Si cada una de las vecinas piensa que la otra va a invertir en arreglar el jardín

$$X = 0, \text{ ninguna de las dos arregla el jardín}$$

$$Y_i = \frac{1000}{10} = 100, \text{ y se gasta todo su ingreso en la peluquería}$$

$$U_i = (0)^{3/4} * (100)^{1/4} = 0, \text{ pero sus utilidades son cero.}$$

(2) Si cada vecina piensa que la otra no va a invertir en el jardín estamos en el caso del punto a.

**c.** Condición de asignación óptima entre un bien público y uno privado:

$$\sum RMS_i = \frac{p_x}{p_{y_i}}$$

**d.**

$$RMS_A = RMS_B = \frac{\frac{3}{4}X^{-1/4}Y_i^{1/4}}{\frac{1}{4}X^{3/4}Y_i^{-3/4}} = 3\frac{Y_i}{X}$$

por lo que la condición queda

$$3\frac{Y_1}{X} + 3\frac{Y_2}{X} = \frac{1}{10}$$

$$30(Y_1 + Y_2) = X$$

Para averiguar el numero de plantas y las horas de peluquería totales que son óptimas en el sentido de Pareto debemos resolver el sistema

$$30(Y_1 + Y_2)^{OP} = X^{OP}, \text{ condición de optimalidad}$$

$$X^{OP} + 10(Y_1 + Y_2)^{OP} = 2000, \text{ restricción presupuestaria conjunta}$$

Si sustituimos, nos queda

$$30(Y_1 + Y_2) + 10(Y_1 + Y_2) = 2000$$

$$\boxed{(Y_1 + Y_2)^{OP} = 50}$$

$$30(Y_1 + Y_2)^{OP} = X^{OP}$$

$$30 * 50 = X^{OP}$$

$$\boxed{X^{OP} = 1500}$$

**e.** Para obtener los valores de $Y_1^{OP}$ y $Y_2^{OP}$, suponemos que cada una de las vecinas contribuye con la mitad del costo del bien público. La restricción presupuestaria de la vecina $i$ es entonces

$$750 + 10Y_i^{OP} = 1000$$

$$\boxed{Y_i^{OP} = 25}$$

Por consiguiente

$$U_i^{OP} = (1500)^{3/4} * (25)^{1/4} = 538.96 > U_i^{SD} = 320.47$$

La intervención de la administración del edificio se justificaría si las vecinas no se pueden poner de acuerdo y este puede imponer sin mayores costos un $X = 1500$ y la financiación a medias,

**Ejercicio 3**

Viola el axioma de la independencia de alternativas irrelevantes. Si en la primera votación Madrid era preferida a Río con Tokio y Chicago en carrera, de acuerdo a este axioma no podría darse que en la segunda votación, una vez eliminada Chicago, Río es preferida a Madrid. Los axiomas de Arrrow son muy restrictivos. La secuencia de votos no tiene nada de malo. La mayoría de los que votron por Chicago en la primera ronda preferían a Río por sobre Madrid.