Universidad de Montevideo
Parcial de Microeconomía II
2010
Marcelo Caffera

EJERCICIO (31.7 Bergstrom y Varian, 5ta. edición, 1999)

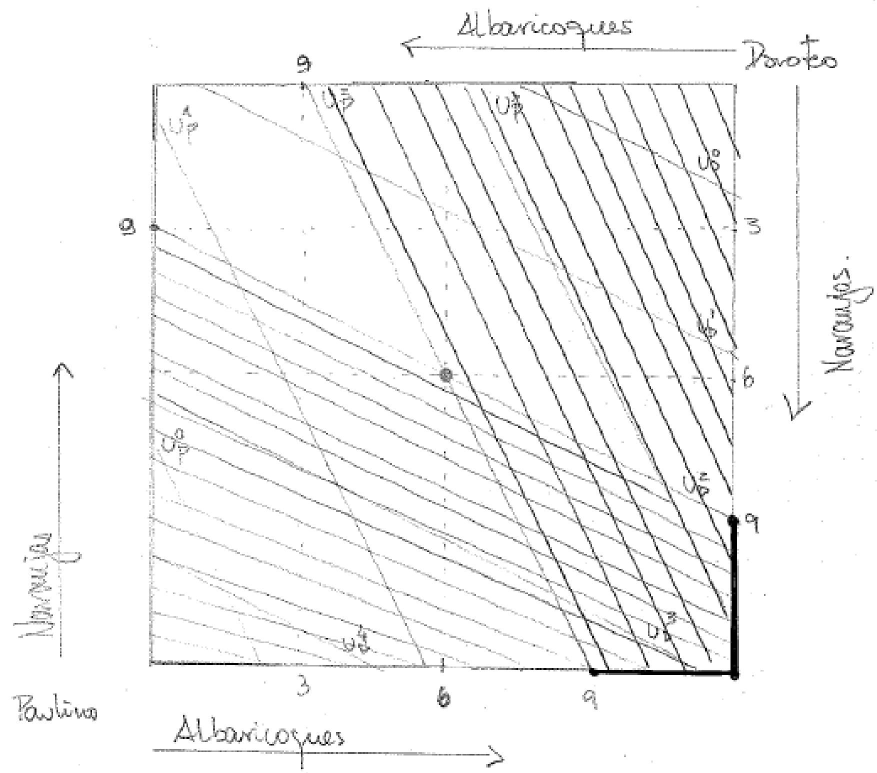
Paulino y Doroteo consumen albaricoques y naranjas. La función de utilidad de Paulino es $U_P(A_P, N_P) = 2A_P + N_P$ y la función de utilidad de Doroteo es $U_D(A_D, N_D) = A_D + 2N_D$, donde A_P y A_D representan el consumo de albaricoques de Paulino y Doroteo, respectivamente, y N_P y N_D representan el consumo de naranjas. Tenemos un total de 12 albaricoques y 12 naranjas para repartir entre ellos.

1. **Dibuja una caja de Edgeworth que contenga algunas curvas de indiferencia de Paulino y Doroteo.**
2. **Indica en la caja cuáles son las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto.**
3. **Escribe una desigualdad que establezca que a Paulino su canasta le satisface al menos tanto como la de Doroteo, y escribe otra desigualdad que establezca que a Doroteo su canasta le satisface al menos tanto como la de Paulino.**
4. **Como en una asignación realizable $A_P + A_D = 12$ y $N_P + N_D = 12$, es posible eliminar A_D y N_D de la primera de las dos ecuaciones del punto anterior. Escribe la desigualdad resultante utilizando solamente las variables A_P y N_P.**
5. **Sombrea en tu caja de Edgeworth todas las asignaciones en las cuales Paulino prefiere su propia asignación a la de Doroteo.**
6. **Usa un procedimiento similar para encontrar todas las asignaciones en las cuales Doroteo prefiere su propia asignación a la de Paulino.**
7. **Sombrea esta superficie en tu caja.**
8. **Indica en tu caja las asignaciones justas.**

SOLUCIÓN

1. Las curvas de indiferencia de Paulino son de la forma

$$U_P^o = 2A_P + N_P$$



donde U_P^0 es un nivel fijo de utilidad cualquiera. Despejando:

$$N_P = U_P^0 - 2A_P$$

Similarmente, las de Doroteo son

$$U_D^0 = A_D + 2N_D$$

ó

$$N_D = \frac{U_D^0 - A_D}{2}$$

Caja de Edgeworth

1. Las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto son todas las canastas que están en el contorno inferior y derecho de la Caja de Edgeworth. Como los albaricoques y las naranjas son sustitutos perfecto para los dos consumidores, las tasas marginales de sustitución no se igualarán nunca. Los límites del intercambio estarán dados por las cantidades totales a repartir.

2. A Paulino su canasta le satisface tanto como la de Doroteo:

$$2A_P + N_P \geq 2A_D + N_D$$

   es decir, si Paulino consumiera lo que Doroteo no estaría mejor. Similarmente para Doroteo:

$$A_D + 2N_D \geq A_P + 2N_P$$

3.
$$\begin{aligned} 2A_P + N_P &\geq 2(12 - A_P) + (12 - N_P) \\ 2A_P + N_P &\geq 24 - 2A_P + 12 - N_P \\ N_P &\geq 18 - 2A_P \end{aligned}$$

4. El area sombreada en azul.

5.
$$\begin{aligned} A_D + 2N_D &\geq A_P + 2N_P \\ A_D + 2N_D &\geq 12 - A_D + 2\,(12 - N_D) \\ 2A_D + 4N_D &\geq 36 \\ N_D &\geq 9 - \frac{A_D}{2} \end{aligned}$$

6. En rojo

7. Las asignaciones justas son aquellas que son al mismo tiempo óptimas en sentido de Pareto y ninguno de los dos consumidores prefiere la canasta del otro a la suya propia. Por ende es el conjunto de puntos del contorno en negro en el grafico.

EJERCICIO (15. Deadheads meet Coase, Bowles, 2004)

Considere dos vecinos con hábitos nocturnos en conflicto: a uno le gusta escuchar cumbia hasta tarde y a otro le gusta acostarse temprano. Las funciones de utilidad del vecino que gusta de acostarse temprano y del vecino cumbiero son, respectivamente:

$$\begin{aligned} u &= y - \alpha(a - x)^2 \\ v &= -y - \beta(b - x)^2 \end{aligned}$$

donde α y β son constantes positivas que expresan la importancia del toque de queda x (la hora en que se apaga la música) en relación al ingreso en el bienestar de cada uno. Normalice la hora del toque de queda x tal que $x \in [0, 1]$ (piense en 0 como un toque de queda a las 6 P.M. y 1 a las 6 A.M.), y sea $a = 1/4$ y $b = 3/4$ (i.e., 9 P.M. y 3 A.M. respectivamente). Asuma que a ambos les importa igualmente la hora a la que se fija el toque de queda, $\alpha = \beta = 1$.

La variable y capta los pagos que se hacen los individuos en caso de una negociación. Tal como está definida, y es el pago que el cumbiero le hace al tempranero para que éste acepte un toque de queda más tarde del que se anuncia inicialmente. ($y < 0$ significa un pago del tempranero hacia el cumbiero por un toque de queda más temprano).

1. **Muestre que el planificador social interesado en maximizar la suma de utilidades de los dos individuos fijará $x^* = 1/2$. (medianoche).**

Suponga ahora que el toque de queda se fija a las 3 A.M. (la hora que prefiere el "cumbiero"), y que el cumbiero puede prometerle al otro individuo (asumiremos creíblemente) apagar la música más temprano a cambio de recibir un pago (igual a $-y$).

2. **¿Qué oferta hará el cumbiero? ¿Cuánto pedirá para apagar la música a qué hora?**

3. **Si se hubiera fijado el toque de queda inicial en $1/4$ (la hora preferida por el "buen vecino"), ¿cuál hubiera sido el resultado x de la negociación Coaseana?**

4. **¿Cuál es la hora acordada en ambos casos? ¿Es igual al óptimo social o no? ¿Por qué?**

Asuma que el buen vecino tiene recursos limitados y no puede hacer cualquier pago.

5. **En la situación en que el toque de queda es inicialmente $x = 3/4$, ¿cuál es la mínima cantidad de dinero que el tempranero debe pagarle al cumbiero para que éste acepte escuchar música hasta media noche, el óptimo social?**

6. **¿Qué sucede si el tempranero tiene una cantidad de dinero menor a la cantidad hallada en el punto 5? ¿Qué puede hacer el gobierno para que teniendo en cuenta ésto, los vecinos logren el óptimo negociando a la Coase?**

SOLUCIÓN

1. El planificador resuelve

$$\max_x y - (a-x)^2 - y - (b-x)^2 = -(a-x)^2 - (b-x)^2$$

C.P.O

$$2(a-x) + 2(b-x) = 0$$
$$2a + 2b = 4x$$
$$\frac{a+b}{2} = x^*$$
$$\mathbf{x^*=1/2}$$

2. Si $x = 3/4$, *la utilidad del cumbiero (antes del pago) es*

$$v = -(3/4 - 3/4)^2 = 0$$

La utilidad del tempranero (antes del pago) es

$$u = -(1/4 - 3/4)^2 = -(-1/2)^2 = -1/4$$

El cumbiero va a maximizar su utilidad eligiendo el y *y el* x *tal que* $u = -1/4$. *Su problema de maximización es*

$$\max_{x,y,\lambda} L = -y - (3/4 - x)^2 + \lambda \left(y - (1/4 - x)^2 + 1/4\right)$$

C.P.O.

$$\begin{aligned}
(1)\frac{\partial L}{\partial x} &= 2(3/4 - x) + \lambda \left(2\left(1/4 - x\right)\right) = 0 \\
(2)\frac{\partial L}{\partial y} &= -1 + \lambda = 0 \\
(3)\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= y - \left(1/4 - x\right)^2 + 1/4 = 0
\end{aligned}$$

De (2) sabemos que $\lambda = 1$. *Sustituyendo en (1) obtenemos* $x = \frac{1}{2}$. *Sustituyendo en (3) obtenemos* $y = -\frac{3}{16}$

3. *Si* $x = 1/4$, *la utilidad del cumbiero (antes del pago) es* $v = -(3/4 - 1/4)^2 = -1/4$ *y la utilidad del tempraner (antes del pago) es* $u = -(1/4 - 1/4)^2 = 0$. *El tempranero resolvería el problema*

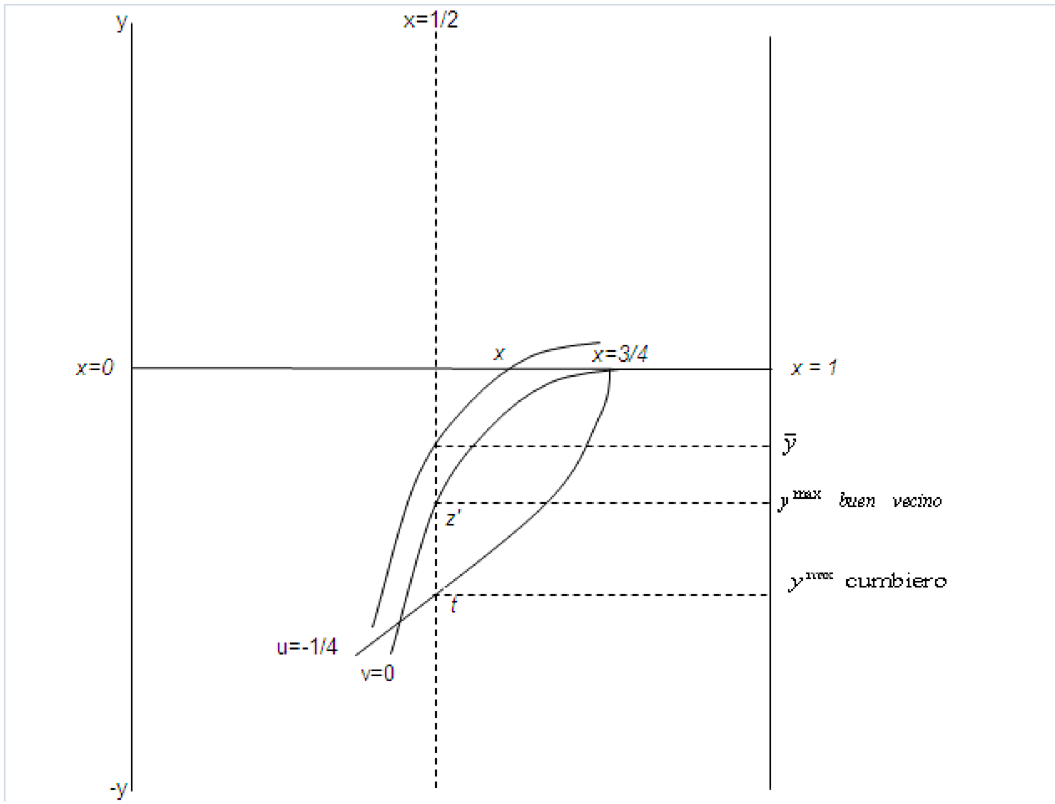
$$\max_{x,y,\lambda} L = y - \left(1/4 - x\right)^2 + \lambda \left(-y - (3/4 - x)^2 + 1/4\right)$$

C.P.O.

$$\begin{aligned}
(1)\frac{\partial L}{\partial x} &= 2\left(1/4 - x\right) + \lambda \left(2(3/4 - x)\right) = 0 \\
(2)\frac{\partial L}{\partial y} &= 1 + -\lambda = 0 \\
(3)\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= -y - \left(3/4 - x\right)^2 + 1/4 = 0
\end{aligned}$$

De (2) sabemos que $\lambda = 1$. *Sustituyendo en (1) obtenemos* $x = \frac{1}{2}$. *Sustituyendo en (3) obtenemos* $y = \frac{3}{16}$. *La única diferencia es que ahora el cumbiero le tiene que pagar al buen vecino.*

4. *El toque de queda voluntario es idéntico al óptimo social porque en* $x = 3/4$ *la desutilidad marginal de disminuir el toque de queda para el cumbiero es* $2(3/4 - 3/4) = 0$ *porque está en su óptimo, pero la utilidad marginal*



de hacerlo para el buen vecino es $2\,(1/4 - 3/4) = -1$. *Por lo tanto habrá posibilidad de negociar hasta que ambas utilidades marginales sean iguales, cosa que sucede en el óptimo, a partir de donde el buen vecino ya no podrá compensar al cumbiero porque la utilidad marginal de bajar el toque de queda para el primero es menor que la desutilidad marginal de hacerlo para el cumbiero.*

5. *La situación inicial sigue siendo* $x = 3/4$, $v = 0$ *y* $u = -1/4$. *El menor valor de* y *que induce al cumbiero a implementar el óptimo social es aquel que lo deja indiferente entre recibir el pago y apagar la música a las 12, o no recibir nada y seguir escuchando música hasta las 3 A.M. Si el cumbiero está en condiciones de hacer una oferta del tipo "tómalo o déjalo", aceptará como mínimo el* y que hace $v = -y - (3/4 - 1/2)^2 = 0$. *La solución es* $y = -\frac{1}{16}$. *Este es un punto como el punto* z$'$ *del gráfico de abajo.*

6. *Si el ingreso del vecino es menor a* $1/16$, el cumbiero no va a apagar la música antes de las 3 am. *Dado esto, el regulador puede fijar un toque de queda tal que si el buen vecino el que hace la oferta "tómalo o déjalo", el*

cumbiero la acepte y se fije $x = 1/2$? *En este valor de* x, al que podemos llamar $\bar{x}$, *el nivel de utilidad del cumbiero es* $v(\bar{x}, 0)$. *En el punto en que el buen vecino le da todo su ingreso para que el cumbiero acepte apagar la música a medianoche se da que* $v(x, y) = v(1/2, \overline{y})$, *donde* $\overline{y}$ *es el nivel de ingresos del buen vecino (ver gráfico arriba). Tenemos entonces:*

$$v(x, 0) = -(3/4 - \bar{x})^2 = -\overline{y} - 1/16 = v(1/2, \overline{y})$$

de donde sale

$$\bar{x} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{16\overline{y} + 1}$$

EJERCICIO (32.10 Bergstrom y Varian, 5ta. edición, 1999)

Todas las mañanas 6.000 personas se desplazan para ir a trabajar de Villa Arriba a Villa Abajo. Todas tratan de reducir lo más posible el tiempo que demoran en llegar a trabajar. Hay dos formas de desplazarse. Una es atravesar la ciudad en automóvil pasando por el centro de Villa de En Medio. La otra es tomar la carretera de circunvalación. Esta carretera no está congestionada pero se da mucha vuelta y se tarda 45 minutos de ir de Villa Arriba a Villa Abajo de esta manera. Cuando no está congestionada, se tarda 20 minutos en ir de Villa Arriba a Villa Abajo por la carretera que atraviesa Villa de En Medio. Pero esta carretera puede congestionarse. De hecho, si el número de personas que utilizan esta carretera es N, **el número de minutos que se tarda de ir de Villa Arriba a Villa Abajo es igual a** $20 + N/100$.

1. **Suponiendo que no se cobra peaje por utilizar ambas carreteras, en condiciones de equilibrio, ¿cuántas personas utilizarán la que atraviesa Villa de En Medio? ¿Cuál será el número total de minutos que se demorará en ir de Villa Arriba a Villa Abajo?**

2. **Supón que un planificador social controlara el acceso a la carretera que atraviesa Villa de En Medio y fijara el numero de personas que pueden desplazarse por esa carretera con el objetivo de reducir lo más posible el número de minutos que se destinan por día a desplazarse desde Villa Arriba a Villa Abajo. ¿Cuántas personas al día permitiría el planificador social que utilizaran la carretera que atraviesa Villa de En Medio? En este caso, ¿cuánto tardarían las personas que atraviesan Villa de En Medio en llegar al trabajo? ¿Cuál sería el total de minutos al día que se dedicarían a desplazarse de Villa Arriba a Villa Abajo?**

3. **Suponga que los trabajadores valoran en** w **pesos por minuto el tiempo que se ahorran en desplazarse al trabajo y que el Gobierno de la Gran Villa cobra un peaje por utilizar carretera que atraviesa Villa de En Medio y distribuye el ingreso de ese peaje**

por igual entre las 6.000 personas. Si elige el peaje de tal forma que minimiza el tiempo total que se dedica a desplazarse de Villa Arriba a Villa Abajo, ¿cuál debe ser la cuantía del peaje? ¿Cuánto ingreso obtendrá al día con este peaje?

4. **Demuestra que con esta política todos los que se desplazan disfrutan de un bienestar mayor que sin los peajes y evalúa la ganancia por consumidor en pesos.**

SOLUCIÓN

1. En equilibrio:
$$45 = 20 + N/100$$
$$N^m = 2500$$
Se demora 45 minutos.

2. Numero total de minutos que se destinan a desplazarse de Villa Arriba a Villa Abajo:
$$45 \times (6000 - N) + (20 + N/100) \times N$$
El N que minimiza esta expresión es:
$$N^o = 1250$$
Las 1250 personas tardarían $(20 + 1250/100) = \frac{65}{2} = 32.5$ minutos en llegar a Villa Abajo.

   Y las 4750 que utilizan la circunvalación 45 minutos. Por lo que en total se utilizarían 254735 minutos.

3. Peaje: $w \times (45 - 32.5) = 12.5w$ los deja indiferentes.

4. Utilidad de los que viajan por la circunvalación con peaje es mayor porque demoran los mismo que sin peaje y ahora reciben una transferencia de $12 \times w \times N/6000$.

5. Los que viajan por la ruta de En Medio con peaje demoran 32.5 minutos y pagan $12.5w$. Sin peajen no pagan nada pero demoran 45. Este tiempo adicional que pierden en este caso lo valoran $12,5w$. Por ende están igual de bien demorando 45 minutos y perdiendo $12,5w$ en terminos monetarios que demorando 32,5 y pagando un peaje de $12,5w$.