

# Control Cap. 3

## Micro I

### 2020

## Solución

**EXPLIQUE SU RESPUESTA EN TODOS LOS CASOS.**

### 1 Ejercicio 1

- 1. Si se otorga a dos individuos una unidad adicional de un bien  $x$ , ¿es posible comparar las utilidades marginales que dicha unidad da a cada uno? ¿Por qué sí o por qué no?**

Las funciones de utilidad no nos dicen cuanto más prefiere un consumidor una cantidad adicional de un bien. Los valores de las funciones de utilidad dicen solamente como ordena las distintas canastas el individuo, de acuerdo a sus preferencias. Por ende, las utilidades marginales nos dicen únicamente como cambia su bienestar (si aumenta o disminuye), no cuanto cambia. Por ende, lo único que podríamos decir es una de las siguientes tres afirmaciones:

- i. ambos individuos están mejor con una unidad adicional de  $x$  (si ambas utilidades marginales son positivas),
  - ii. uno está mejor y otro está peor (si la utilidad marginal del primero aumenta y la del segundo disminuye)
  - iii. ambos están peor (si ambas utilidades marginales son negativas).
- 2. Y si se les propone un intercambio entre el bien  $x$  y otro bien distinto  $y$ , en el cuál ellos deben elegir si entregar algunas de sus unidades de  $y$  por la unidad que se les otorga de  $x$ , ¿es posible comparar las TMS de ambos?**

En este caso si se pueden porque las TMS de ambos individuos están expresando sus preferencias por  $x$  en función de unidades de  $y$ .

- 3. Considere las siguientes funciones de utilidad.**

i.  $U(x, y) = \sqrt{xy}$

ii.  $U(x, y) = x^2 y^2$

iii.  $U(x, y) = xy$

- a. Demuestre que su TMS es decreciente, pero que sus utilidades marginales de  $x$  son una creciente, otra constante, y la restante decrecientes.

i.  $U(x, y) = \sqrt{xy} = x^{1/2} y^{1/2}$

1. Utilidad marginal de  $x$ :  $\frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{y}{x}}$

2. Utilidad marginal decreciente en  $x$ : se puede ver simplemente en la expresión de arriba. Pero haciendo las cuentas:

$$\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} = -\frac{1}{4} \frac{y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}} < 0 \text{ para } x > 0 \text{ e } y > 0$$

3. Tasa marginal de sustitución:

$$TMS = -\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{y}{x}}}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{y}}} = \frac{y}{x}$$

- ii. Que la TMS sea decreciente en  $x$  quiere decir que cuando nos movemos por la curva de indiferencia, si  $x$  aumenta, la TMS baja y viceversa. Lo clave en la oración anterior es “cuando nos movemos por la curva de indiferencia”. No podemos hacer simplemente la derivada de la TMS con respecto a  $x$ , dejando  $y$  constante. La cantidad del bien  $y$  no queda constante cuando nos movemos a lo largo de la curva de indiferencia. ¿Cómo se mueve? La curva de indiferencia es conjunto (lugar geométrico de los puntos del plano) de puntos  $(x, y)$  que le brindan al sujeto la misma  $U$ . Por ende, para saber cómo se mueve  $y$  cuando se mueve  $x$  a lo largo de la CI debemos despejar  $y$  de la  $U(x, y)$ . en este ejemplo,  $U(x, y) = x^{1/2} y^{1/2}$ , por lo que si  $U(x, y) = \bar{U} = x^{1/2} y^{1/2}$ , entonces  $y = \frac{\bar{U}^2}{x}$ . Sustituyendo esta expresión en la TMS:

$$TMS = \frac{\bar{U}^2}{x} = \frac{\bar{U}^2}{x^2}$$

Esta expresión es claramente decreciente en  $x$ . Pero podemos hacer la

derivada para demostrarlo:  $\frac{dTMS}{dx} = \frac{d\left(\frac{\bar{U}^2}{x^2}\right)}{dx} = -\frac{2x\bar{U}^2}{x^4} = -\frac{2\bar{U}^2}{x^3} < 0$  para todo  $x > 0$ .

i.  $U(x, y) = x^2 y^2$

1. Utilidad marginal de  $x$ :  $\frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = 2xy^2$

2. Utilidad marginal creciente en x: se puede ver simplemente en la expresión de arriba. Pero haciendo las cuentas:

$$\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} = 2y^2 > 0 \text{ para } y > 0$$

3. Tasa marginal de sustitución:

$$TMS = -\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = \frac{2xy^2}{2x^2y} = \frac{y}{x}, \text{ igual que en el caso}$$

anterior (decreciente en x).

ii.  $U(x, y) = xy$

1. Utilidad marginal de x:  $\frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = y$

2. Utilidad marginal constante:  $\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} = 0$

3. Tasa marginal de sustitución:

$$TMS = -\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = \frac{y}{x}, \text{ igual que en el caso anterior}$$

(decreciente en x).

- b. **¿Representan el mismo orden de preferencias las tres funciones de utilidad?**

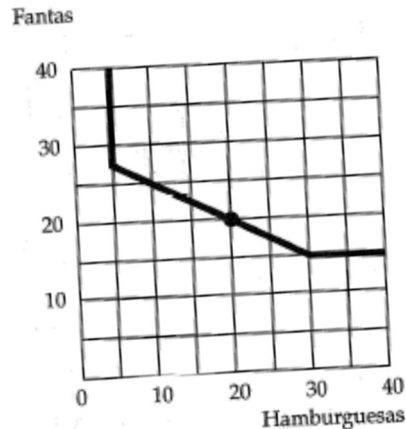
Si. Porque cada una es una transformación monotonica de la otra. Si elevo al cuadrado una función, el orden de los valores de la imagen de la función asociado a cada uno de los puntos (x,y) no cambia. Lo mismo si hago el cuadrado de la función.

- c. **¿Diría usted que representan las mismas preferencias?**

No necesariamente. Tres individuos, cada uno con una función de utilidad de arriba, coincidirían en ordenar las canastas (x, y) pero quizás un individuo está mucho más feliz que los otros dos consumiendo una canasta en particular. La función de utilidad no nos dice eso.

## 2 Ejercicio 2

**Hilario Herrera consume 20 hamburguesas y 20 Fantas a la semana. Representamos en el gráfico correspondiente una curva de indiferencia típica de Hilario.**



**(a) Si alguien le ofreciera a Hilario renunciar a una Fanta a cambio de una hamburguesa, ¿aceptaría el cambio?**

Para que Hilario acepte la propuesta de renunciar a una Fanta a cambio de una hamburguesa, este cambio debería posicionarlo en una curva de indiferencia superior a la actual, o en la misma. Si  $y$  es Fantas y  $x$  es Hamburguesas, como en el gráfico, la  $TMS = -\frac{dy}{dx} = -\frac{d(\text{Fantas})}{d(\text{Hamburguesas})}$  nos dice cuántas unidades de Fantas está dispuesto a cambiar por una unidad Hamburguesas. Es decir que esta TMS tiene que ser mayor o igual a 1 para que el individuo esté dispuesto a renunciar a una Fanta por una Hamburguesa.

Para hallar esta TMS en (20,20), notamos que la CI es una recta y hallamos la pendiente de la recta que pasa por los puntos (20,20) y (30,15).  $TMS \text{ en } (20,20) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ . Entonces, Hilario no aceptaría el cambio.

**(b) Y si fuera, al contrario, renunciar a una hamburguesa a cambio de una Fanta, ¿aceptaría Hilario el cambio?**

En este caso, para que Hilario acepte el cambio su TMS en (20,20) debe ser menor o igual a 1. (Esto indica que está dispuesto a dar una hamburguesa por menos de una Fanta). Como es el caso, Hilario aceptaría la propuesta.

**(c) ¿A qué relación de intercambio entre los dos bienes decidirá Hilario no apartarse de su actual nivel de consumo?**

Como lo dice su TMS, Hilario no se apartará de su nivel actual de consumo siempre que se le proponga renunciar a más de media Fanta por hamburguesa que obtiene, o renunciar a más de dos hamburguesas por Fanta adicional que obtiene.