Universidad de Montevideo

Microeconomía I

Segundo Parcial 2019

Prof. Marcelo Caffera

Nota importante: para aprobar este parcial se ***debe alcanzar el 60% de los puntos totales con un mínimo de 40% de los puntos de cada ejercicio***

EJERCICIO 1 – Variación Compensatoria, Variación Equivalente y Excedente del Consumidor cuando la función de utilidad es Cobb-Douglas y $\boldsymbol{\alpha = \beta = \frac{1}{2}}$

Suponga que un consumidor tiene una función de utilidad $\boldsymbol{u(x, y) = x^{1/2}y^{1/2}}$. Escriba los precios de los bienes como $\boldsymbol{p_x}$ y $\boldsymbol{p_y}$, y el ingreso del individuo como *I*.

a. **Obtenga las funciones de demanda (marshallianas)**
   Derivación conocida (y que tienen que hacer) que da:

$$x = \frac{I}{2p_x}$$

$$y = \frac{I}{2p_y}$$

b. **Obtenga la función de utilidad indirecta.**
   Ídem

$$V = \frac{I}{2\sqrt{p_x p_y}}$$

c. **Obtenga el valor de la utilidad del individuo cuando ambos precios son $1. (En función de *I*).**

$U_0 = \frac{I}{2}$ = Inicial

d. **Obtenga el valor de la utilidad del individuo cuando el precio de x sube a $2. (En función de *I*).**

$U_1 = \frac{I}{2\sqrt{2}}$ = Posterior al aumento del precio de x.

e. **Utilizando sus respuestas a los dos puntos anteriores, halle el valor de la variación compensatoria (VC) del aumento del precio de x de $1 a $2 (en función de *I*)**
La VC tiene que ser tal que luego de recibirla, el individuo quede en el mismo nivel de utilidad que antes del aumento del precio de x, U_0. Esto es, se debe cumplir que

$$\frac{I}{2} = \frac{I + CV}{2\sqrt{2}}$$

Por consiguiente,

$$CV = (\sqrt{2} - 1)I$$

f. **La variación equivalente (VE) del aumento del precio de x es la variación del ingreso del individuo (si el precio de x no aumentara) que le produce la misma pérdida de utilidad que el aumento en el precio. Utilizando sus respuestas a los puntos d y e, nuevamente, halle el valor de la VE del aumento del precio de x de $1 a $2 (en función de *I*).**

$$\frac{I - VE}{2} = \frac{I}{2\sqrt{2}} = U_1$$

$$VE = \frac{(\sqrt{2} - 1)I}{\sqrt{2}}$$

g. **Suponga que *I = 100* y calcule el valor de ambas variaciones. ¿Cuál es mayor?**

$$CV = \left(\sqrt{2} - 1\right)100 = 41{,}42$$

$$VE = \frac{(\sqrt{2} - 1)100}{\sqrt{2}} = 29{,}29$$

h. **Demuestre que la variación en el excedente del consumidor está entre estos dos valores.**

$$\Delta EC = \int_1^2 \frac{I}{2p_x} dp_x = \int_1^2 \frac{50}{p_x} dp_x = 50\ln(2) - 50\ln(1) = 34{,}65$$

EJERCICIO 2

Una empresa tiene una función de producción $\boldsymbol{q = 2k^{1/2}l^{1/2}}$

a. **Qué tipo de retornos a escala tiene esta función de producción**

$$F(mk, ml) = 2(mk)^{0{,}5}(ml)^{0{,}5} = m\boldsymbol{2k^{\frac{1}{2}}l^{\frac{1}{2}}} = mf(k,l) = mq$$

Retornos constantes a escala.

b. **Suponga que k está fijo en un valor $\bar{k}$ en el corto plazo. Halle la función de costos totales en el corto plazo y la función de costos medios de corto plazo**

$$q = 2\sqrt{\bar{k}, l}$$

$$q^2 = 4\bar{k}l$$

$$l = \frac{q^2}{4\bar{k}}$$

$$CTC = v\bar{k} + \frac{wq^2}{4\bar{k}}$$

$$CMeC = \frac{v\bar{k}}{q} + \frac{wq}{4\bar{k}}$$

c. **¿Cuál tiene que ser la relación entre el nivel de capital a corto plazo $\bar{k}$ y q, para que $\bar{k}$ minimice los costos de producir q?**

$\bar{k}$ que minimiza CTC:

$$\frac{\partial CTC}{\partial \bar{k}} = v - \frac{wq^2 4}{16\overline{\bar{k}^2}} \longrightarrow 16\bar{k}^2 = wq^2 4$$

$$\bar{k}^* = \sqrt{\frac{w}{v}} \times \frac{q}{2}$$

d. **Utilice su respuesta del punto anterior para hallar la función de costos totales de largo plazo**

$$CT(q) = CTC(\bar{k}^*) = v\sqrt{\frac{w}{v}} * \frac{q}{2} + \frac{wq^2}{4\sqrt{\frac{w}{v}} * \frac{q}{2}} = \frac{\sqrt{vw} * q}{2} + \frac{\sqrt{vw} * q}{2} = \sqrt{vw} * q$$

e. **Escriba las funciones de costos medios y totales de largo y corto plazo cuando w=$4, v=$1**

$$CTC = \bar{k} + \frac{q^2}{\bar{k}}$$

$$CMeC = \frac{\bar{k}}{q} + \frac{q}{\bar{\bar{k}}}$$

$$CT(q) = 2q$$

$$CMe = 2$$

f. **Demuestre que el mínimo del costo medio de corto plazo se da para $q = \bar{k}$**

$$\frac{\partial CMeC}{\partial q} = \frac{-\bar{k}}{q^2} + \frac{1}{\bar{\bar{k}}} = 0 \rightarrow q = \bar{k}$$

g. **Demuestre que el mínimo del costo medio de corto plazo coincide con el mínimo del costo medio de largo plazo para todo q**

Usando el resultado del punto anterior, sabemos que en el mínimo

$$CMeC = \frac{\bar{k}}{\bar{k}} + \frac{\bar{k}}{\bar{k}} = 2$$

Que es el valor del costo medio (constante) de largo plazo hallado en el punto e.